

Lijepljenje torusa i deformiranih elipsoida

Torus je ploha koja ima implicitnu jednadžbu

$$(x^2 + y^2 + z^2 + R^2 - r^2)^2 - 4R^2(x^2 + y^2) = 0.$$

Za različite odabire konstanti R i r dobivamo drukčije toruse.

Elipsoid je ploha koja ima implicitnu jednadžbu

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - 1 = 0. \quad (\clubsuit)$$

Stavimo li u (\clubsuit) npr. umjesto varijable z izraz $z - \frac{1}{5}x^2$ dobivamo novu plohu s implicitnom jednadžbom

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{(z - \frac{1}{5}x^2)^2}{c^2} - 1 = 0$$

koju ćemo ovdje zvati deformirani elipsoid. Uz supstituciju $z - \frac{1}{5}x^2$ koristit ćemo ovdje i neke druge slične supstitucije i u svakom od tih slučajeva pripadnu plohu zovemo deformirani elipsoid.

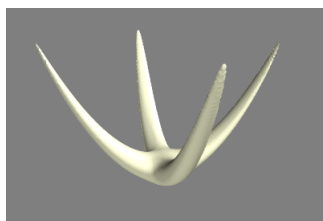
Lijepljenjem torusa i deformiranih elipsoida možemo dobiti mnoge druge interesantne i egzotične plohe. Proces lijepljenja ploha odgovara produktu njihovih implicitnih jednadžbi umanjenom za neku konstantu.

Lijepljenjem dva deformirana elipsoida

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{0.25} + \frac{(z - \frac{1}{5}x^2)^2}{0.25} - 1 = 0 \quad \text{i} \quad \frac{x^2}{0.25} + \frac{y^2}{25} + \frac{(z - \frac{1}{5}y^2)^2}{0.25} - 1 = 0$$

dobivamo plohu prikazanu na slici 1. Ta ploha ima implicitnu jednadžbu koja je jednaka produktu implicitnih jednadžbi zadanih ploha pri čemu je na kraju taj produkt još umanjen za konstantu 1, tj.

$$\left(\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{0.25} + \frac{(z - \frac{1}{5}x^2)^2}{0.25} - 1 \right) \cdot \left(\frac{x^2}{0.25} + \frac{y^2}{25} + \frac{(z - \frac{1}{5}y^2)^2}{0.25} - 1 \right) - 1 = 0.$$



Slika 1: Lijepljenje dva deformirana elipsoida

Lijepljenjem dva deformirana elipsoida

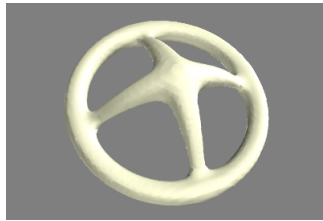
$$\frac{(x - 5.05)^2}{2.25} + \frac{y^2}{0.04} + \frac{(z - 5 + \frac{1}{3}(x - 5.05)^2)^2}{0.04} - 1 = 0 \quad (1)$$

$$\frac{(x - 5.05)^2}{0.04} + \frac{y^2}{2.25} + \frac{(z - 5 + \frac{1}{3}y^2)^2}{0.04} - 1 = 0 \quad (2)$$

i torusa ($R = 1.8, r = 0.2$)

$$((x - 5.05)^2 + y^2 + (z - 4.15)^2 + R^2 - r^2)^2 - 4R^2((x - 5.05)^2 + y^2) = 0 \quad (3)$$

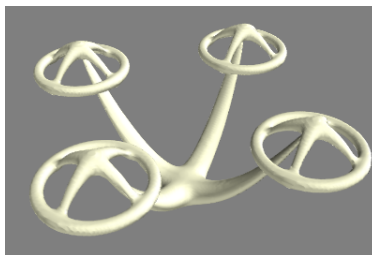
dobivamo plohu prikazanu na slici 2.



Slika 2: Lijepljenje dva deformirana elipsoida i torusa

Preciznije, ta ploha ima implicitnu jednadžbu koja je jednaka produktu gornje tri implicitne jednadžbe zadanih ploha pri čemu je taj produkt umanjen za konstantu 40.

Lijepljenjem i translacijom ploha sa slika 1 i 2 dobivamo plohu prikazanu na slici 3.



Slika 3: Lijepljenje ploha