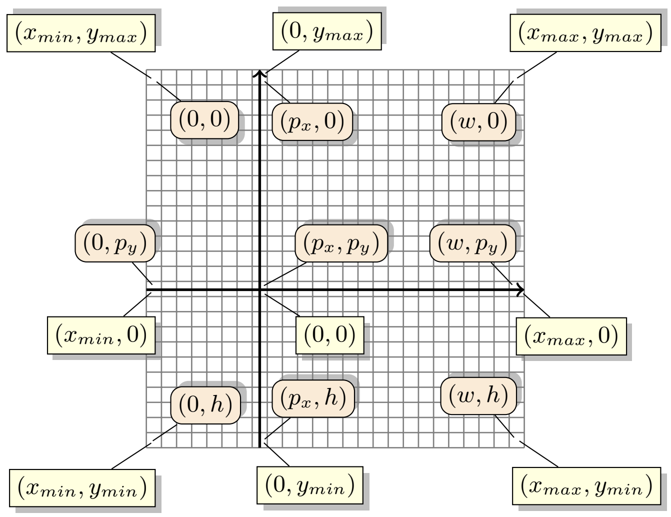
Neka je V_1 realni dvodimenzionalni vektorski prostor koji predstavlja list papira. Prostor V_1 osim vektorske strukture ima i točkovnu strukturu pa ga možemo gledati i kao realni afini prostor. Veza između točkovne i afine strukture je intuitivno jasna u smislu da je orijentirana dužina uređeni par dvije točke pa je na taj način jasna klasična veza između vektora i točaka. Isto tako, na V_1 imamo standardni skalarni produkt pa na V_1 imamo metriku, tj. možemo preko skalarnog produkta definirati duljinu vektora, kut između vektora, okomitost vektora.

Neka je V_2 realni dvodimenzionalni vektorski prostor koji predstavlja površinu monitora. Sve što smo rekli o vektorskoj i točkovnoj strukturi prostora V_1 vrijedi također i za prostor V_2. Štoviše, prostori V_1 i V_2 su izomorfni kao vektorski prostori, također i kao afini prostori, te isto tako i kao unitarni prostori.



Neka su

$$\mathcal{A}_1 = \big\{(x_{max} - x_{min}, 0),\, (0, y_{max} - y_{min})\big\}, \quad \mathcal{A}_2 = \big\{(1,0),(0,1)\big\}$$

dvije baze za vektorski prostor V_1.

Isto tako, neka su

$$\mathcal{B}_1 = \big\{(w,0),\, (0,-h)\big\}, \quad \mathcal{B}_2 = \big\{(1,0),(0,1)\big\}$$

dvije baze za vektorski prostor V_2.

Najprije tražimo linearni operator $K : V_1 \to V_2$ koji vektore iz baze $\mathcal{A}_1$ preslikava u bazu $\mathcal{B}_1$. Matrica tog operatora u paru baza $(\mathcal{A}_1, \mathcal{B}_2)$ je

$$K_{(\mathcal{A}_1,\mathcal{B}_2)} = \begin{bmatrix} w & 0 \\ 0 & -h \end{bmatrix}.$$

Nas zapravo zanima matrica operatora K u paru kanonskih baza $(\mathcal{A}_2, \mathcal{B}_2)$. Iz teorije znamo da je

$$K_{(\mathcal{A}_2,\mathcal{B}_2)} = T^{-1} K_{(\mathcal{A}_1,\mathcal{B}_2)} S$$

gdje su S i T matrice prijelaza između odgovarajućih baza, tj.

$$\mathcal{A}_1 \xrightarrow{S} \mathcal{A}_2, \quad \mathcal{B}_2 \xrightarrow{T} \mathcal{B}_2.$$

Iz toga je jasno da je $T = T^{-1} = I$. Nadalje, odmah se dobije

$$S^{-1} = \begin{bmatrix} x_{max} - x_{min} & 0 \\ 0 & y_{max} - y_{min} \end{bmatrix}$$

pa je

$$S = \begin{bmatrix} \frac{1}{x_{max}-x_{min}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{y_{max}-y_{min}} \end{bmatrix}.$$

Sada iz $K_{(\mathcal{A}_2,\mathcal{B}_2)} = T^{-1} K_{(\mathcal{A}_1,\mathcal{B}_2)} S$ slijedi

$$K_{(\mathcal{A}_2,\mathcal{B}_2)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w & 0 \\ 0 & -h \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{x_{max}-x_{min}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{y_{max}-y_{min}} \end{bmatrix}$$

odnosno nakon množenja

$$K_{(\mathcal{A}_2,\mathcal{B}_2)} = \begin{bmatrix} \frac{w}{x_{max}-x_{min}} & 0 \\ 0 & \frac{h}{y_{min}-y_{max}} \end{bmatrix}.$$

Uvedemo li oznake

$$s_x = \frac{w}{x_{max} - x_{min}}, \quad s_y = \frac{h}{y_{min} - y_{max}}$$

možemo kratko pisati

$$K = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix}.$$

Sada još želimo da se točka (x_{min}, y_{max}) iz prirodnog koordinatnog sustava preslika u točku na ekranu s koordinatama $(0,0)$. Zapravo tražimo afino preslikavanje u obliku

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix} \tag{$\clubsuit$}$$

pri čemu treba odrediti vektor translacije (p_x, p_y). Iz

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{min} \\ y_{max} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix}$$

dobivamo

$$p_x = -s_x \cdot x_{min}, \quad p_y = -s_y \cdot y_{max}.$$

Uočite sljedeće stvari:

- Jedinična dužina na x-osi iz prirodnog koordinatnog sustava ima duljinu $\lfloor s_x \rfloor$ piksela na monitoru.
- Jedinična dužina na y-osi iz prirodnog koordinatnog sustava ima duljinu $\lfloor -s_y \rfloor$ piksela na monitoru.
- Ishodište prirodnog koordinatnog sustava preslika se u točku (piksel) na monitoru koja ima koordinate $\big(\lfloor p_x \rfloor, \lfloor p_y \rfloor\big)$.
- Točka (x, y) iz prirodnog koordinatnog sustava se preko ($\clubsuit$) preslikava u piksel s koordinatama $\big(\lfloor x' \rfloor, \lfloor y' \rfloor\big)$.