

Funkcije u ekonomiji

1. Trgovina prodaje 200 glazbenih linija mjesečno, svaku po 350 €. Promatranjem tržišta procijenjeno je da će se za svakih 10 € sniženja, prodati 20 glazbenih linija više mjesečno.

- Pronađite funkciju potražnje za glazbenim linijama i funkciju prihoda u ovisnosti o cijeni glazbene linije. Prikažite grafički obje funkcije.
- Za koliko trgovina treba smanjiti cijenu glazbene linije da bi ostvarila maksimalni prihod? Koliki je taj prihod i po kojoj cijeni se ostvaruje?

2. Zadane su funkcija potražnje $q_1 = -3p^2 + 14p - 10$ i funkcija ponude $q_2 = p + 2$.

- Prikažite grafički zadane funkcije.
- Odredite cijene ekvilibrija i označite ih na grafu. Kolike su ponuda i potražnja u pojedinim cijenama ekvilibrija?
- Izračunajte elastičnost ponude i potražnje u većoj cijeni ekvilibrija i interpretirajte dobivene podatke.

3. Zadana je funkcija troškova $T = 0.001x^3 + 10x + 2000$.

- Odredite funkcije prosječnih i graničnih troškova i nacrtajte njihove grafove na istoj slici na segmentu $[0, 200]$.
- Odredite za koju količinu proizvodnje su prosječni troškovi minimalni. U kakvom su odnosu granični i prosječni troškovi za tu količinu proizvodnje? Kako se taj odnos može vidjeti na grafu?

4. Funkcija troškova zadana je sa $T = 2009 + 1000 \cdot \frac{Q - 2}{3Q + 4}$.

- Odredite granične troškove za $Q = 9$ i interpretirajte rezultat.
- Odredite elastičnost troškova za $Q = 9$ i interpretirajte rezultat.

5. Zadana je funkcija prosječnih troškova $T_p = \frac{Q + 2}{Q + 1}$.

- Odredite funkciju graničnih troškova.
- Za koju količinu proizvodnje će prosječni troškovi iznositi 1.05? Koliki su troškovi u tom slučaju?

6. Analizom tržišta zapaženo je da potrošači dnevno kupuju sljedeće količine jakni uz navedene cijene u kunama:

cijena	200	150	120	100
količina	15	22	25	30

Odredite linearnu funkciju koja najbolje aproksimira zadanu funkciju tablicom i nacrtajte na slici tablične podatke i dobivenu funkciju. Koristeći se dobivenim linearnim modelom procijenite:

- Koliko se maksimalno jakni traži dnevno? Koliko se jakni traži po cijeni od 110 kn? Po kojoj cijeni se traži 35 jakni dnevno?
- Za koliko se treba smanjiti cijena jakne da bi se prodale dvije jakne više dnevno ako se jakne prodaju po cijeni od 110 kn.
- Za koliko posto se smanji potražnja za jaknama ako se cijena na razini 110 kn poveća za 1%? Što se u tom slučaju dogodi s ukupnim prihodom?

7. Tri ambiciozne studentice odlučile su se početi baviti izradom plakata kako bi zaradile nešto novaca. Procijenile su da bi dnevni troškovi T u ovisnosti o broju plakata x iznosili $T(x) = 0.00007x^3 - 0.01x^2 + 1.26x + 84$. Nadalje, odlučile su svoje plakate prodavati po cijeni p (u kunama) koja ovisi o broju prodanih plakata x kao $p(x) = 3.5 - 0.01x$.

- Odredite funkciju prihoda i funkciju dobiti u ovisnosti o broju plakata x .
- Odredite dobit za 40 i 150 plakata.
- Odredite za koju količinu proizvodnje će se ostvariti dnevna maksimalna dobit i kolika je ta maksimalna dobit. Po kojoj cijeni se trebaju prodavati plakati da bi se ostvarila maksimalna dobit?
- Nacrtajte graf funkcije dobiti na segmentu $[0, 200]$ i komentirajte u ovisnosti o broju proizvoda x kako studentice moraju poslovati da bi u svakom danu imale pozitivnu dobit ako eventualno neće svakog dana uspjeti ostvariti maksimalnu dobit. U kojim granicama se otprilike mora kretati cijena plakata kako studentice ne bi imale dnevne gubitke?

8. Funkcija ponude je $q = (2p + 1) \log_4(5p)$.

- Izračunajte elastičnost ponude za cijenu $p = 10$ i interpretirajte rezultat.
- Odredite koliko se proizvoda nudi po cijeni $p = 18$. Da li je za tu cijenu ponuda elastična ili neelastična?

9. Funkcija troškova zadana je sa $T = 100 \cdot \frac{3Q + 2007}{\sqrt{3Q + 2007}}$.

- Odredite granične troškove za $Q = 10$ i interpretirajte rezultat.
- Koliko proizvoda treba proizvesti da bi troškovi bili jednaki 5000?

10. Zadana je funkcija troškova $T = \frac{Q^2 + 1000}{Q + 1}$.

- (a) Odredite fiksne i varijabilne troškove.
- (b) Ako na razini proizvodnje $Q = 35$ proizvodnju povećamo za 1%, za koliko posto će se povećati troškovi?

11. Funkcija potražnje zadana je s $Q = 2005 + 25 \cdot 0.7^p$.

- (a) Odredite elastičnost potražnje za $p = 4$ i interpretirajte rezultat.
- (b) Ako se cijena na razini $p = 4$ poveća za 1%, da li će prihod porasti ili će se smanjiti? Objasnite!

12. Funkcija potražnje za DVD playerima je $q = 900 - 3p$.

- (a) Da li je ova funkcija elastična za $p = 200$ kn?
- (b) Treba li cijenu iz (a) dijela zadatka povećati ili smanjiti ukoliko se želi povećati prihod? Objasnite!
- (c) Koliki je maksimalni prihod i uz koju cijenu? Nacrtajte graf funkcije prihoda i istaknite maksimum na grafu.

13. Funkcija ponude zadana je sa $q = \sqrt[4]{4p - 2}$.

- (a) Odredite elastičnost ponude za $p = 20$ i interpretirajte rezultat.
- (b) Uz koju cijenu će se ponuditi točno 10 proizvoda?
- (c) Na kojoj razini cijene je elastičnost ponude jednaka 0.26?

14. Nogometna momčad igra utakmice na stadionu koji prima maksimalno 55 000 gledatelja. Ako je cijena ulaznice 10 €, tada je prosječna posjećenost 27 000 gledatelja, a ako se cijena ulaznice smanji na 8 €, tada se prosječna posjećenost poveća na 33 000 gledatelja.

- (a) Pronađite funkciju potražnje za ulaznicama u ovisnosti o cijeni ulaznice uz pretpostavku da je ta funkcija linearna.
- (b) Po kojoj cijeni treba prodavati ulaznice da bi se ostvario maksimalni prihod? Koliki je maksimalni prihod? Nacrtajte graf funkcije prihoda i istaknite maksimum na grafu.

15. Ukupni troškovi proizvodnje x jedinica robe su dani s $T(x) = 3x^2 + x + 48$.

- (a) Za koju razinu proizvodnje su prosječni troškovi minimalni?
- (b) Za koju razinu proizvodnje su prosječni troškovi jednaki graničnim troškovima?
- (c) Skicirajte funkciju troškova, funkciju prosječnih troškova i funkciju graničnih troškova.

16. Da bi nešto zaradio, student kroz ljetne mjesecе prodaje ogrlice na plaži. Prošlo ljeto je prodavao ogrlice po 10€ i dnevno je prodao 20 ogrlica. Međutim, kada je povećao cijenu ogrlice za 1€, prodaja mu se smanjila za 2 ogrlice dnevno.

- (a) Pronađite funkciju potražnje za ogrlicama uz pretpostavku da se radi o linearnoj funkciji.
- (b) Ako za izradu svake ogrlice student treba uložiti 6€, po kojoj cijeni treba prodavati ogrlice da bi ostvario maksimalni profit? Koliko ogrlica će prodati u tom slučaju?

17. Menadžer je utvrdio da je veza između prodajne cijene robe p i broja komada N dana s $N(p) = \frac{1500}{p^2+100}$. Pretpostavimo nadalje da su ukupni troškovi proizvodnje za N komada $T = 2N + 14$. Odredite cijenu uz koju se ostvaruje maksimalan profit. Izračunajte taj profit.