

Funkcije u ekonomiji

– zadaci za vježbu –

1. Funkcija potražnje je $Q = 50 - 20 \cdot 0.3^p$. Odredite elastičnost ove funkcije za $p = 2$ i interpretirajte rezultat. Nacrtajte u `maximi` grafove funkcija Q i $E_{Q,p}$ na zasebnim slikama.
2. Funkcija potražnje je $Q_1 = 6 - 0.7p^{-\frac{3}{2}}$, a funkcija ponude $Q_2 = 1 + 0.4p^{\frac{3}{2}}$. Odredite cijenu ekvilibrija, te elastičnosti ovih funkcija za tu cijenu i interpretirajte dobivene rezultate. Nacrtajte u `maximi` grafove funkcija Q_1 i Q_2 na istoj slici i istaknite na toj slici točku ekvilibrija. Također, na drugoj slici nacrtajte grafove funkcija $E_{Q_1,p}$ i $E_{Q_2,p}$. Za traženje cijene ekvilibrija u `maximi` koristite naredbu `find_root`.
3. Zadana je funkcija potražnje $Q = 0.25\sqrt{18 - p^2}$. Odredite $E_{Q,p}(2)$ i interpretirajte rezultat. Izračunajte i $E_{Q,p}(4)$ te objasnite razliku između tih dviju vrijednosti. U `maximi` nacrtajte grafove funkcija Q i $E_{Q,p}$ na istoj slici.
4. Zadana je funkcija ponude $q = 1.4^p \cdot \frac{p-3}{p^2+1}$. Odredite elastičnost ponude za $p = 4$ i interpretirajte dobiveni podatak. U `maximi` nacrtajte grafove funkcija q i $E_{q,p}$ na istoj slici.
5. Funkcija troškova zadana je s

$$T(Q) = \frac{2^Q}{5Q - \log_4 Q}.$$

Odredite granične troškove i elastičnost troškova za $Q = 4$ i interpretirajte dobivene podatke. Nacrtajte u `maximi` grafove funkcija $T, T_g, E_{T,Q}$ na istoj slici. Pomoću naredbe `find_root` pronađite presječne točke grafa funkcije $E_{T,Q}$ s grafovima funkcija T i T_g .

6. Ovisnost potražnje za nekom robom o cijeni dana je tablicom

cijena	50	52	54	56
potražnja	160	155	151	146

Odredite linearnu funkciju koja najbolje aproksimira potražnju zadanu tablicom. Prikažite grafički dobivenu linearnu funkciju i zadane podatke u tablici. Koristeći se dobivenom linearnom funkcijom procijenite uz koju cijenu će potražnja biti jednaka 60.

7. Funkcija potražnje je $Q_1(x) = \frac{x-1}{x-2}$, a funkcija ponude $Q_2(x) = \frac{2x+1}{x+100}$. Odredite cijene ekvilibrija te elastičnosti tih funkcija u većoj cijeni ekvilibrija i interpretirajte dobivene podatke. U `maximi` nacrtajte grafove funkcija Q_1 i Q_2 na istoj slici sa istaknutim točkama ekvilibrija.
8. Funkcija troškova zadana je sa $T = \frac{Q^2-2}{2Q+3}$.
 - (a) Odredite elastičnost troškova za 15 proizvoda i interpretirajte dobiveni podatak.
 - (b) Odredite granične troškove za 10 proizvoda i interpretirajte dobiveni podatak.
 - (c) Nacrtajte u `maximi` grafove funkcija $T, T_g, E_{T,Q}$ na istoj slici. Pomoću naredbe `find_root` pronađite presječne točke grafa funkcije T s grafovima funkcija T_g i $E_{T,Q}$.

9. Funkcija potražnje $q = 3.4892 - 0.0899p$ pokazuje ovisnost potrošnje govedeg mesa u ovisnosti o njegovoj cijeni.
- Nacrtajte graf funkcije potražnje.
 - Odredite elastičnost funkcije potražnje na razini $p = 20$ i interpretirajte rezultat.
 - Odredite na kojoj razini cijene povećanje cijene od 1% uzrokuje pad potražnje za 4%.
 - Nacrtajte u `maximi` grafove funkcija q i $E_{q,p}$ na istoj slici na domeni $p \in [0, 100]$.
10. Zadana je funkcija prosječnih troškova $T_p = 4x + 21.4$.
- Odredite funkciju troškova i nacrtajte njezin graf.
 - Odredite granične troškove za 1000 proizvedenih proizvoda i interpretirajte dobiveni rezultat.
 - Što će se dogoditi s troškovima ako se na razini od 1000 proizvoda, proizvodnja poveća za 1%?
11. Zadana je funkcija ponude $q = 39.2 - \frac{100.4}{p^2}$.
- Za koju cijenu će elastičnost ponude biti jednaka 0.8? Interpretirajte rezultat za tu cijenu!
 - Nacrtajte u `maximi` grafove funkcija q i $E_{q,p}$ na istoj slici na domeni $p \in [0, 5]$ i pomoću naredbe `find_root` pronađite cijenu za koju je elastičnost ponude jednaka samoj ponudi.
12. Zadana je funkcija prosječnih troškova $T_p = \frac{3Q+2}{Q+1}$.
- Odredite funkciju graničnih troškova.
 - Za koju količinu proizvodnje će granični troškovi iznositi 2.99? Koliki su troškovi u tom slučaju?
 - Nacrtajte u `maximi` grafove funkcija $T, T_p, T_g, E_{T,Q}$ svakog na zasebnoj slici.
13. Zadana je funkcija troškova $T = 2 + \frac{3Q-1}{5Q+1}$.
- Odredite funkcije prosječnih i graničnih troškova.
 - Izračunajte elastičnost troškova za $Q = 10$ i interpretirajte rezultat.
 - Koliki bi bili troškovi kada bi se proizvelo beskonačno proizvoda. Da li bi troškovi tada bili beskonačno veliki?
 - Nacrtajte u `maximi` grafove funkcija $T, T_p, T_g, E_{T,Q}$ svakog na zasebnoj slici.
14. Funkcija ponude je $q = \sqrt{(3p^2 - p - 2)^5}$.
- Izračunajte elastičnost ponude za cijenu $p = 1.5$. Interpretirajte rezultat!
 - Koliko će se proizvoda ponuditi više po dvostruko većoj cijeni od one iz (a) dijela zadatka?
 - Nacrtajte u `maximi` grafove funkcija q i $E_{q,p}$ na istoj slici na domeni $p \in [0, 5]$ i pomoću naredbe `find_root` pronađite cijenu za koju je elastičnost ponude jednaka samoj ponudi.

15. Zadana je funkcija troškova $T = \frac{5Q-3}{Q+1} \cdot \log_3 Q$.
- Odredite elastičnost troškova za $Q = 3$ i interpretirajte rezultat. Izračunajte koliki su troškovi za 100 proizvedenih proizvoda.
 - Nacrtajte u `maximi` grafove troškova i graničnih troškova na istoj slici. Pomoću naredbe `find_root` pronađite količinu proizvodnje za koju su troškovi jednaki graničnim troškovima.
16. Funkcija potražnje za mini suknjama je $q = 500 - 8p$.
- Da li je ova funkcija elastična za $p = 30 \text{ €}$?
 - Trebamo li povećati ili smanjiti cijenu ako želimo povećati prihod? Objasnite!
 - Uz koju cijenu bi se ostvario maksimalni prihod?
 - Nacrtajte u `maximi` grafove funkcija q i $E_{q,p}$ na istoj slici na domeni $p \in [0, 100]$.
17. Funkcija potražnje je $q = 8.8\sqrt{21 - 0.3p^2}$.
- Izračunajte elastičnost potražnje za cijenu $p = 3$. Interpretirajte rezultat!
 - Uz koju cijenu će se ostvariti maksimalni prihod?
 - Nacrtajte u `maximi` grafove funkcije potražnje i funkcije prihoda na istoj slici i odredite uz koju je cijenu prihod jednak 100.
18. Zadana je funkcija troškova $T = 2x^{\frac{3}{2}} + 96x + 1000$.
- Na razini proizvodnje od 1000 proizvoda odredite trošak, prosječni trošak i granični trošak.
 - Odredite za koju razinu proizvodnje je prosječni trošak minimalan i koliki je taj minimalni prosječni trošak.
 - Nacrtajte u `maximi` grafove prosječnih troškova i graničnih troškova na istoj slici. Također na slici istaknite točku u kojoj su granični troškovi jednaki prosječnim troškovima.
19. Funkcija ponude je $q = \log_{1.1}(p^2 - 2p + 10)$.
- Izračunajte elastičnost ponude za cijenu $p = 5$. Interpretirajte rezultat!
 - Koliko se proizvoda nudi po cijeni $p = 20$?
 - Nacrtajte u `maximi` graf funkcije q i pravac $f(p) = -2.75p + 55$ na istoj slici te pomoću naredbe `find_root` pronađite njihov presjek.
20. Zadana je funkcija troškova $T = \frac{(Q^2+2)^2}{Q-1} \cdot Q$.
- Odredite granične troškove za $Q = 2$ i interpretirajte rezultat.
 - Izračunajte koliki su prosječni troškovi za 10 proizvedenih proizvoda.
 - Nacrtajte u `maximi` grafove prosječnih troškova i graničnih troškova na istoj slici te pomoću naredbe `find_root` pronađite količinu proizvodnje za koju su prosječni i granični troškovi jednaki.

Kratka rješenja

1. $E_{Q,p}(2) = 0.09$
2. $p = 5.35$, $E_{Q_1,p}(5.35) = 0.01$, $E_{Q_2,p}(5.35) = 1.25$
3. $E_{Q,p}(2) = -0.29$, $E_{Q,p}(4) = -8$
4. $E_{q,p}(4) = 3.46$
5. $T_g(4) = 0.37$, $E_{T,Q}(4) = 1.76$
6. $q = -2.3p + 274.9$, $p = 93.43$
7. $p_1 = 101.03$, $p_2 = 0.97$, $E_{Q_1,p}(101.03) = -0.01$, $E_{Q_2,p}(101.03) = 0.49$
8. (a) $E_{T,Q}(15) = 1.11$ (b) $T_g(10) = 0.499$
9. (b) $E_{q,p}(20) = -1.06$ (c) $p = 31.05$
10. (a) $T = 4x^2 + 21.4x$ (b) $T_g(1000) = 8021.4$ (c) $E_{T,x}(1000) = 1.99$
11. (a) $p = 2.99$
12. (a) $T_g = \frac{3Q^2+6Q+2}{(Q+1)^2}$ (b) $Q = 9$, $T(9) = 26.1$
13. (a) $T_p = \frac{2}{Q} + \frac{3Q-1}{5Q^2+Q}$, $T_g = \frac{8}{(5Q+1)^2}$ (b) $E_{T,Q}(10) = 0.01$ (c) $\lim_{Q \rightarrow \infty} T(Q) = \frac{13}{5}$
14. (a) $E_{q,p}(1.5) = 9.23$ (b) 2251.12
15. (a) $E_{T,Q}(3) = 1.41$, $T(100) = 20.63$
16. (a) $E_{q,p}(30) = -0.92$, neelastična (b) zbog neelastičnosti za $p = 30$ cijenu treba povećati, (c) $p = 31.25$
17. (a) $E_{q,p}(3) = -0.15$ (b) $p = 5.92$
18. (a) $T(1000) = 160245.55$, $T_p(1000) = 160.25$, $T_g(1000) = 190.87$ (b) $T_p(100) = 126$
19. (a) $E_{q,p}(5) = 0.497$ (b) $q(20) = 62.04$
20. (a) $T_g(2) = 60$ (b) $T_p(10) = 1156$