Nizovi realnih brojeva

MATEMATIKA 2

Damir Horvat

FOI, Varaždin

Sadržaj

prvi zadatak

Zadatak 1

Na nekom natjecanju je podijeljeno ukupno 15 nagrada. Uz prvu nagradu dodjeljuje se i novčani iznos od 5000 kn, a uz svaku sljedeću novčani iznos za 250 kn manji nego uz prethodnu nagradu.

a) *Koliki se novčani iznos dodjeljuje uz petnaestu nagradu?*

b) *Koliki je ukupni novčani fond za nagrade?*

c) *Koliko je ukupno novaca podijeljeno od devete do četrnaeste nagrade?*

Zadatak 1

Na nekom natjecanju je podijeljeno ukupno 15 *nagrada. Uz prvu nagradu dodjeljuje se i novčani iznos od* 5000 *kn, a uz svaku sljedeću novčani iznos za* 250 *kn manji nego uz prethodnu nagradu.*

a) *Koliki se novčani iznos dodjeljuje uz petnaestu nagradu?*
b) *Koliki je ukupni novčani fond za nagrade?*
c) *Koliko je ukupno novaca podijeljeno od devete do četrnaeste nagrade?*

Rješenje

- Neka je a_n iznos u kunama koji se dodjeljuje za n-tu nagradu.

Zadatak 1

Na nekom natjecanju je podijeljeno ukupno 15 *nagrada. Uz prvu nagradu dodjeljuje se i novčani iznos od* 5000 *kn, a uz svaku sljedeću novčani iznos za* 250 *kn manji nego uz prethodnu nagradu.*

a) *Koliki se novčani iznos dodjeljuje uz petnaestu nagradu?*

b) *Koliki je ukupni novčani fond za nagrade?*

c) *Koliko je ukupno novaca podijeljeno od devete do četrnaeste nagrade?*

Rješenje

- Neka je a_n iznos u kunama koji se dodjeljuje za n-tu nagradu.
- Tada je (a_n) aritmetički niz u kojemu je $a_1 = 5000$ i $d = -250$.

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1)d}$$

a)

$$\boxed{a_1 = 5000}$$

$$\boxed{d = -250}$$

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1)d}$$

a)

$$a_{15} = a_1 + 14d$$

$$\boxed{a_1 = 5000}$$

$$\boxed{d = -250}$$

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1)d}$$

a)

$$a_{15} = a_1 + 14d = 5000 + 14 \cdot (-250)$$

$$\boxed{a_1 = 5000}$$

$$\boxed{d = -250}$$

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1)d}$$

a)

$$a_{15} = a_1 + 14d = 5000 + 14 \cdot (-250) = 1500$$

$$\boxed{a_1 = 5000}$$

$$\boxed{d = -250}$$

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1)d}$$

a) Za petnaestu nagradu dodjeljuje se 1500 kn.

$$a_{15} = a_1 + 14d = 5000 + 14 \cdot (-250) = 1500$$

$$\boxed{a_1 = 5000}$$

$$\boxed{d = -250}$$

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1)d}$$

a) Za petnaestu nagradu dodjeljuje se 1500 kn.

$$a_{15} = a_1 + 14d = 5000 + 14 \cdot (-250) = 1500$$

b) $\boxed{S_n = \frac{n}{2}\left(a_1 + a_n\right)}$

$$\boxed{a_1 = 5000}$$

$$\boxed{d = -250}$$

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1)d}$$

a) Za petnaestu nagradu dodjeljuje se 1500 kn.

$$a_{15} = a_1 + 14d = 5000 + 14 \cdot (-250) = 1500$$

b) $\boxed{S_n = \frac{n}{2}\left(a_1 + a_n\right)}$

$$\boxed{a_1 = 5000}$$

$$\boxed{d = -250}$$

$$S_{15} = \frac{15}{2}\left(a_1 + a_{15}\right)$$

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1)d}$$

a) Za petnaestu nagradu dodjeljuje se 1500 kn.

$$a_{15} = a_1 + 14d = 5000 + 14 \cdot (-250) = 1500$$

b) $\boxed{S_n = \frac{n}{2}\left(a_1 + a_n\right)}$

$$\boxed{a_1 = 5000}$$

$$\boxed{d = -250}$$

$$S_{15} = \frac{15}{2}\left(a_1 + a_{15}\right)$$

$$S_{15} = \frac{15}{2}\left(5000 + 1500\right)$$

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1)d}$$

a) Za petnaestu nagradu dodjeljuje se 1500 kn.

$$a_{15} = a_1 + 14d = 5000 + 14 \cdot (-250) = 1500$$

b) $\boxed{S_n = \frac{n}{2}\left(a_1 + a_n\right)}$

$$\boxed{a_1 = 5000}$$

$$\boxed{d = -250}$$

$$S_{15} = \frac{15}{2}\left(a_1 + a_{15}\right)$$

$$S_{15} = \frac{15}{2}\left(5000 + 1500\right)$$

$$S_{15} = \frac{15}{2} \cdot 6500$$

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1)d}$$

a) Za petnaestu nagradu dodjeljuje se 1500 kn.

$$a_{15} = a_1 + 14d = 5000 + 14 \cdot (-250) = 1500$$

b) $\boxed{S_n = \frac{n}{2}\left(a_1 + a_n\right)}$

$$\boxed{a_1 = 5000}$$

$$\boxed{d = -250}$$

$$S_{15} = \frac{15}{2}\left(a_1 + a_{15}\right)$$

$$S_{15} = \frac{15}{2}\left(5000 + 1500\right)$$

$$S_{15} = \frac{15}{2} \cdot 6500$$

$$S_{15} = 48\,750$$

$\boxed{a_n = a_1 + (n-1)d}$

a) Za petnaestu nagradu dodjeljuje se 1500 kn.

$$a_{15} = a_1 + 14d = 5000 + 14 \cdot (-250) = 1500$$

b) $\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)}$

$\boxed{a_1 = 5000}$

$\boxed{d = -250}$

$$S_{15} = \frac{15}{2}(a_1 + a_{15})$$

$$S_{15} = \frac{15}{2}(5000 + 1500)$$

$$S_{15} = \frac{15}{2} \cdot 6500$$

$$S_{15} = 48\,750$$

Ukupni novčani fond za nagrade iznosi 48 750 kn.

$$\boxed{a_1 = 5000}$$

$$\boxed{d = -250}$$

c) $\boxed{S_n = \frac{n}{2}\big(2a_1 + (n-1)d\big)}$

$$\boxed{a_1 = 5000}$$

$$\boxed{d = -250}$$

c) $\boxed{S_n = \frac{n}{2}\big(2a_1 + (n-1)d\big)}$

$$S_{14} = \frac{14}{2}\big(2 \cdot 5000 + 13 \cdot (-250)\big)$$

$$\boxed{a_1 = 5000}$$

$$\boxed{d = -250}$$

c) $\boxed{S_n = \frac{n}{2}\big(2a_1 + (n-1)d\big)}$

$$S_{14} = \frac{14}{2}\big(2 \cdot 5000 + 13 \cdot (-250)\big)$$

$$S_{14} = \frac{14}{2} \cdot 6750$$

$\boxed{a_1 = 5000}$

$\boxed{d = -250}$

c) $\boxed{S_n = \frac{n}{2}\big(2a_1 + (n-1)d\big)}$

$$S_{14} = \frac{14}{2}\big(2 \cdot 5000 + 13 \cdot (-250)\big)$$

$$S_{14} = \frac{14}{2} \cdot 6750$$

$$S_{14} = 47\,250$$

$$\boxed{a_1 = 5000}$$

$$\boxed{d = -250}$$

c) $\boxed{S_n = \frac{n}{2}\big(2a_1 + (n-1)d\big)}$

$$S_{14} = \frac{14}{2}\big(2 \cdot 5000 + 13 \cdot (-250)\big) \qquad S_8 = \frac{8}{2}\big(2 \cdot 5000 + 7 \cdot (-250)\big)$$

$$S_{14} = \frac{14}{2} \cdot 6750$$

$$S_{14} = 47\,250$$

$$\boxed{a_1 = 5000}$$

$$\boxed{d = -250}$$

c) $\boxed{S_n = \frac{n}{2}\big(2a_1 + (n-1)d\big)}$

$$S_{14} = \frac{14}{2}\big(2 \cdot 5000 + 13 \cdot (-250)\big)$$

$$S_{14} = \frac{14}{2} \cdot 6750$$

$$S_{14} = 47\,250$$

$$S_8 = \frac{8}{2}\big(2 \cdot 5000 + 7 \cdot (-250)\big)$$

$$S_8 = \frac{8}{2} \cdot 8250$$

$$\boxed{a_1 = 5000}$$

$$\boxed{d = -250}$$

c) $\boxed{S_n = \frac{n}{2}\big(2a_1 + (n-1)d\big)}$

$$S_{14} = \frac{14}{2}\big(2 \cdot 5000 + 13 \cdot (-250)\big)$$

$$S_{14} = \frac{14}{2} \cdot 6750$$

$$S_{14} = 47\,250$$

$$S_8 = \frac{8}{2}\big(2 \cdot 5000 + 7 \cdot (-250)\big)$$

$$S_8 = \frac{8}{2} \cdot 8250$$

$$S_8 = 33\,000$$

$$\boxed{a_1 = 5000}$$

$$\boxed{d = -250}$$

c) $\boxed{S_n = \frac{n}{2}\big(2a_1 + (n-1)d\big)}$

$$S_{14} = \frac{14}{2}\big(2 \cdot 5000 + 13 \cdot (-250)\big)$$

$$S_{14} = \frac{14}{2} \cdot 6750$$

$$S_{14} = 47\,250$$

$$S_8 = \frac{8}{2}\big(2 \cdot 5000 + 7 \cdot (-250)\big)$$

$$S_8 = \frac{8}{2} \cdot 8250$$

$$S_8 = 33\,000$$

$$S_{14} - S_8 =$$

$$\boxed{a_1 = 5000}$$

$$\boxed{d = -250}$$

c) $\boxed{S_n = \frac{n}{2}\big(2a_1 + (n-1)d\big)}$

$$S_{14} = \frac{14}{2}\big(2 \cdot 5000 + 13 \cdot (-250)\big) \qquad S_8 = \frac{8}{2}\big(2 \cdot 5000 + 7 \cdot (-250)\big)$$

$$S_{14} = \frac{14}{2} \cdot 6750 \qquad S_8 = \frac{8}{2} \cdot 8250$$

$$S_{14} = 47\,250 \qquad S_8 = 33\,000$$

$$S_{14} - S_8 = 47\,250 - 33\,000$$

$$\boxed{a_1 = 5000}$$

$$\boxed{d = -250}$$

c) $\boxed{S_n = \frac{n}{2}\big(2a_1 + (n-1)d\big)}$

$$S_{14} = \frac{14}{2}\big(2 \cdot 5000 + 13 \cdot (-250)\big)$$

$$S_{14} = \frac{14}{2} \cdot 6750$$

$$S_{14} = 47\,250$$

$$S_8 = \frac{8}{2}\big(2 \cdot 5000 + 7 \cdot (-250)\big)$$

$$S_8 = \frac{8}{2} \cdot 8250$$

$$S_8 = 33\,000$$

$$S_{14} - S_8 = 47\,250 - 33\,000 = 14\,250$$

$$\boxed{a_1 = 5000}$$

$$\boxed{d = -250}$$

c) $\boxed{S_n = \frac{n}{2}\big(2a_1 + (n-1)d\big)}$

$$S_{14} = \frac{14}{2}\big(2 \cdot 5000 + 13 \cdot (-250)\big) \qquad S_8 = \frac{8}{2}\big(2 \cdot 5000 + 7 \cdot (-250)\big)$$

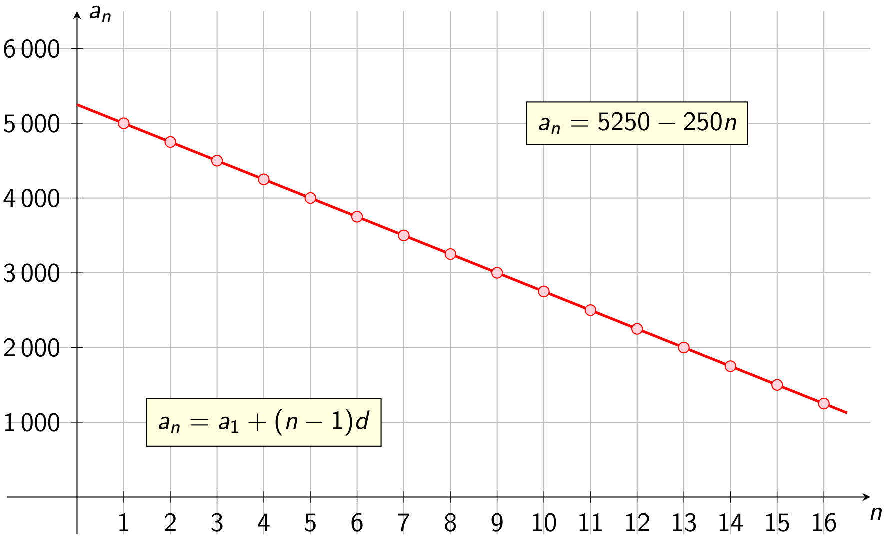
$$S_{14} = \frac{14}{2} \cdot 6750 \qquad S_8 = \frac{8}{2} \cdot 8250$$

$$S_{14} = 47\,250 \qquad S_8 = 33\,000$$

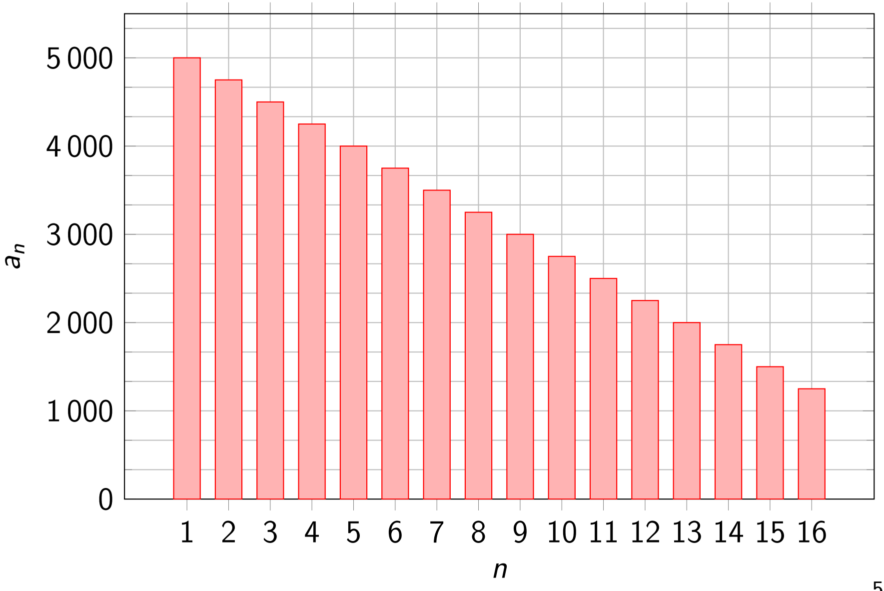
$$S_{14} - S_8 = 47\,250 - 33\,000 = 14\,250$$

Od devete do četrnaeste nagrade podijeljeno je ukupno 14 250 kn.

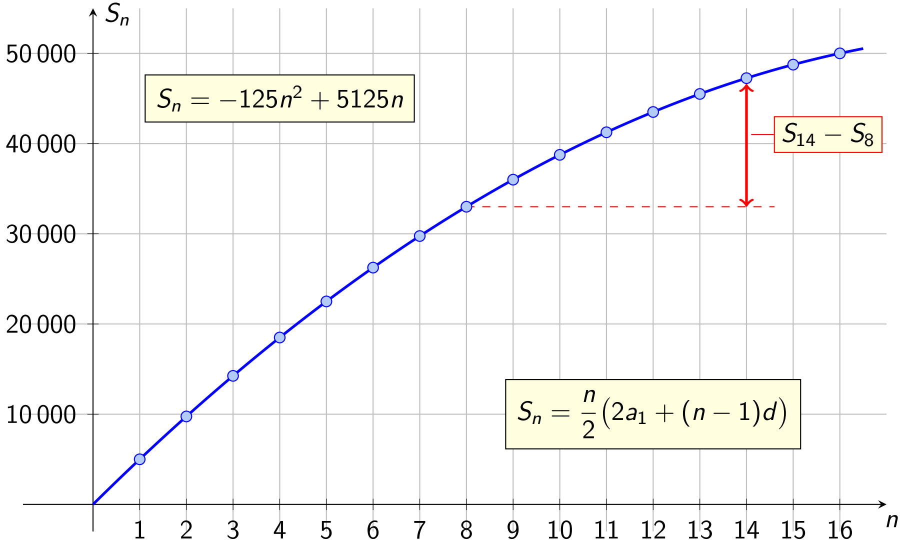
Niz (a_n) – dijagram točkama



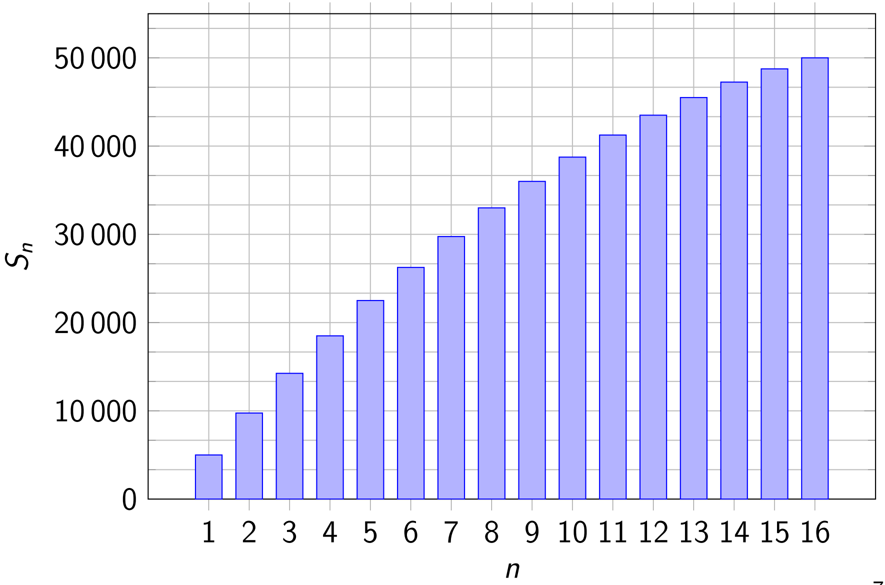
Niz (a_n) – uspravni stupci



Niz (S_n) – dijagram točkama



Niz (S_n) – uspravni stupci



drugi zadatak

Zadatak 2

Petar zarađuje godišnje 40 000 *kn. Ako mu se svake godine godišnja zarada poveća za* 2% *u odnosu na prethodnu godinu, koliko će Petar ukupno zaraditi nakon* 10 *godina? Koliko će Petar zaraditi u desetoj godini?*

Zadatak 2

Petar zarađuje godišnje 40 000 *kn. Ako mu se svake godine godišnja zarada poveća za* 2% *u odnosu na prethodnu godinu, koliko će Petar ukupno zaraditi nakon* 10 *godina? Koliko će Petar zaraditi u desetoj godini?*

Rješenje

- Neka je a_n Petrova zarada u n-toj godini.

Zadatak 2

Petar zarađuje godišnje $40\,000$ *kn. Ako mu se svake godine godišnja zarada poveća za* 2% *u odnosu na prethodnu godinu, koliko će Petar ukupno zaraditi nakon* 10 *godina? Koliko će Petar zaraditi u desetoj godini?*

Rješenje

- Neka je a_n Petrova zarada u n-toj godini.
- Iz uvjeta zadatka imamo

$$a_n =$$

Zadatak 2

Petar zarađuje godišnje 40 000 *kn. Ako mu se svake godine godišnja zarada poveća za* 2% *u odnosu na prethodnu godinu, koliko će Petar ukupno zaraditi nakon* 10 *godina? Koliko će Petar zaraditi u desetoj godini?*

Rješenje

- Neka je a_n Petrova zarada u n-toj godini.
- Iz uvjeta zadatka imamo

$$a_n = a_{n-1}$$

Zadatak 2

Petar zarađuje godišnje 40 000 *kn. Ako mu se svake godine godišnja zarada poveća za* 2% *u odnosu na prethodnu godinu, koliko će Petar ukupno zaraditi nakon* 10 *godina? Koliko će Petar zaraditi u desetoj godini?*

Rješenje

- Neka je a_n Petrova zarada u n-toj godini.
- Iz uvjeta zadatka imamo

$$a_n = a_{n-1} +$$

Zadatak 2

Petar zarađuje godišnje 40 000 kn. Ako mu se svake godine godišnja zarada poveća za 2% u odnosu na prethodnu godinu, koliko će Petar ukupno zaraditi nakon 10 godina? Koliko će Petar zaraditi u desetoj godini?

Rješenje

- Neka je a_n Petrova zarada u n-toj godini.
- Iz uvjeta zadatka imamo

$$a_n = a_{n-1} + \frac{2}{100} a_{n-1}$$

Zadatak 2

Petar zarađuje godišnje 40 000 *kn. Ako mu se svake godine godišnja zarada poveća za* 2% *u odnosu na prethodnu godinu, koliko će Petar ukupno zaraditi nakon* 10 *godina? Koliko će Petar zaraditi u desetoj godini?*

Rješenje

- Neka je a_n Petrova zarada u n-toj godini.
- Iz uvjeta zadatka imamo

$$a_n = a_{n-1} + \frac{2}{100} a_{n-1} = 1.02 a_{n-1}$$

Zadatak 2

Petar zarađuje godišnje 40 000 kn. Ako mu se svake godine godišnja zarada poveća za 2% u odnosu na prethodnu godinu, koliko će Petar ukupno zaraditi nakon 10 godina? Koliko će Petar zaraditi u desetoj godini?

Rješenje

- Neka je a_n Petrova zarada u n-toj godini.
- Iz uvjeta zadatka imamo

$$a_n = a_{n-1} + \frac{2}{100}a_{n-1} = 1.02a_{n-1}$$

pa je $\dfrac{a_n}{a_{n-1}} = 1.02$.

Zadatak 2

Petar zarađuje godišnje 40 000 *kn. Ako mu se svake godine godišnja zarada poveća za* 2% *u odnosu na prethodnu godinu, koliko će Petar ukupno zaraditi nakon* 10 *godina? Koliko će Petar zaraditi u desetoj godini?*

Rješenje

- Neka je a_n Petrova zarada u n-toj godini.
- Iz uvjeta zadatka imamo

$$a_n = a_{n-1} + \frac{2}{100} a_{n-1} = 1.02 a_{n-1}$$

  pa je $\dfrac{a_n}{a_{n-1}} = 1.02$.

- Stoga je (a_n) geometrijski niz u kojemu je $a_1 = 40\,000$ i $q = 1.02$.

$$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$\boxed{n = 10}$$

$$\boxed{a_1 = 40\,000}$$

$$\boxed{q = 1.02}$$

$$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$S_{10} = 40\,000 \cdot \frac{1.02^{10} - 1}{1.02 - 1}$$

$$\boxed{n = 10}$$

$$\boxed{a_1 = 40\,000}$$

$$\boxed{q = 1.02}$$

$$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$S_{10} = 40\,000 \cdot \frac{1.02^{10} - 1}{1.02 - 1}$$

$$S_{10} = 437\,988.84$$

$$\boxed{n = 10}$$

$$\boxed{a_1 = 40\,000}$$

$$\boxed{q = 1.02}$$

$$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$S_{10} = 40\,000 \cdot \frac{1.02^{10} - 1}{1.02 - 1}$$

$$S_{10} = 437\,988.84$$

Nakon 10 godina Petar će zaraditi ukupno 437 988.84 kn.

$$\boxed{n = 10}$$

$$\boxed{a_1 = 40\,000}$$

$$\boxed{q = 1.02}$$

$$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$S_{10} = 40\,000 \cdot \frac{1.02^{10} - 1}{1.02 - 1}$$

$$S_{10} = 437\,988.84$$

Nakon 10 godina Petar će zaraditi ukupno 437 988.84 kn.

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$\boxed{n = 10}$$

$$\boxed{a_1 = 40\,000}$$

$$\boxed{q = 1.02}$$

$$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$S_{10} = 40\,000 \cdot \frac{1.02^{10} - 1}{1.02 - 1}$$

$$S_{10} = 437\,988.84$$

Nakon 10 godina Petar će zaraditi ukupno 437 988.84 kn.

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_{10} = 40\,000 \cdot 1.02^9$$

$\boxed{n = 10}$

$\boxed{a_1 = 40\,000}$

$\boxed{q = 1.02}$

$$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$S_{10} = 40\,000 \cdot \frac{1.02^{10} - 1}{1.02 - 1}$$

$$S_{10} = 437\,988.84$$

Nakon 10 godina Petar će zaraditi ukupno 437 988.84 kn.

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_{10} = 40\,000 \cdot 1.02^9$$

$$a_{10} = 47\,803.70$$

$$\boxed{n = 10}$$

$$\boxed{a_1 = 40\,000}$$

$$\boxed{q = 1.02}$$

$$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$S_{10} = 40\,000 \cdot \frac{1.02^{10} - 1}{1.02 - 1}$$

$$S_{10} = 437\,988.84$$

Nakon 10 godina Petar će zaraditi ukupno 437 988.84 kn.

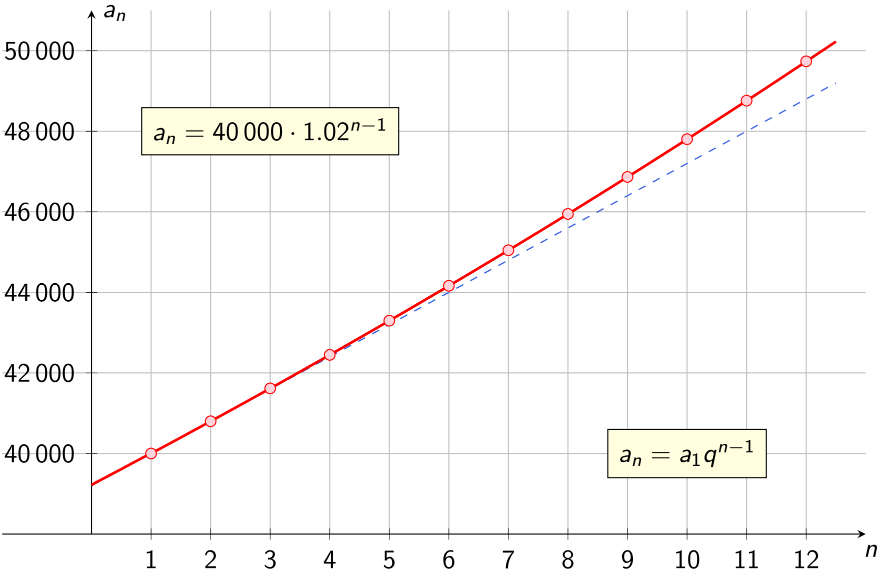
$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_{10} = 40\,000 \cdot 1.02^9$$

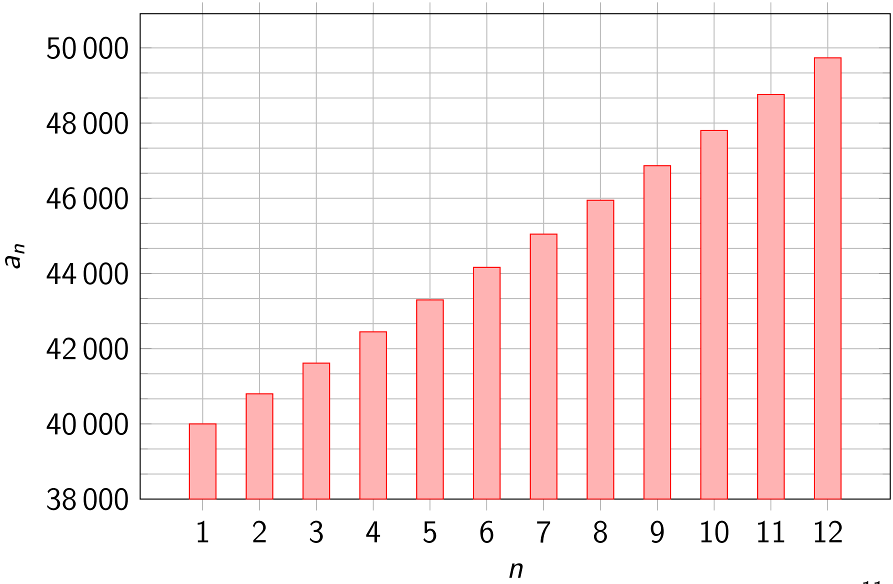
$$a_{10} = 47\,803.70$$

U desetoj godini Petar će zaraditi 47 803.70 kn.

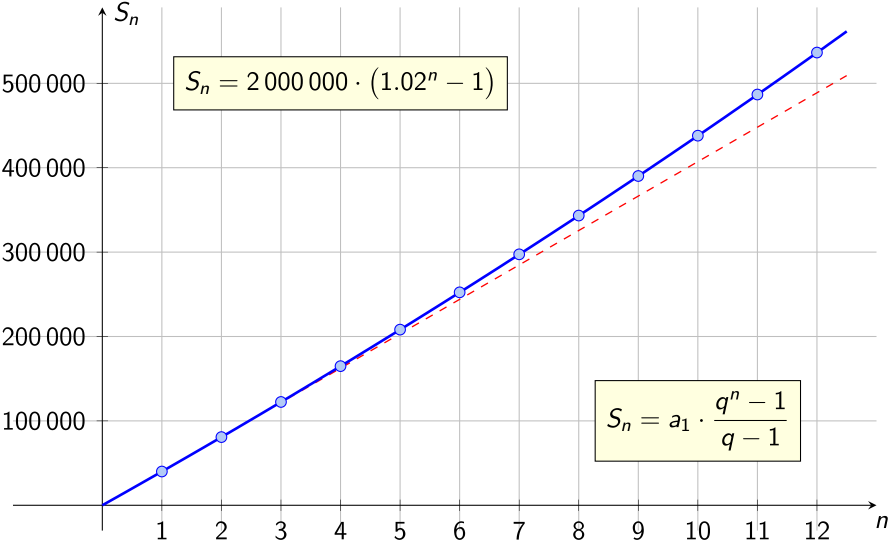
Niz (a_n) – dijagram točkama



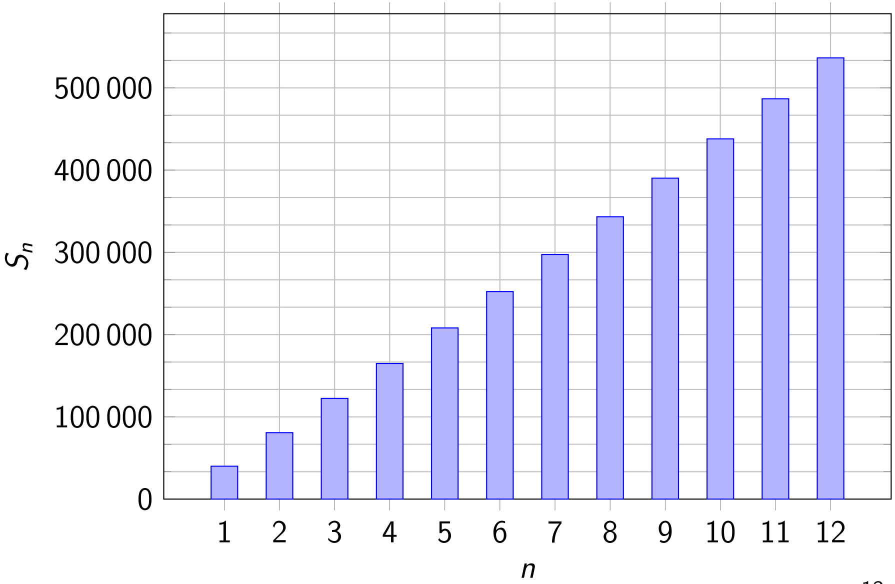
Niz (a_n) – uspravni stupci



Niz (S_n) – dijagram točkama



Niz (S_n) – uspravni stupci



treći zadatak

Zadatak 3

Riješite jednadžbu

$$1 - 5 - 11 - \cdots - x = -207$$

uz pretpostavku da brojevi na lijevoj strani čine aritmetički niz.

Zadatak 3

Riješite jednadžbu

$$1 - 5 - 11 - \cdots - x = -207$$

uz pretpostavku da brojevi na lijevoj strani čine aritmetički niz.

Rješenje

Zadanu jednadžbu možemo zapisati u obliku

$$1 + (-5) + (-11) + \cdots + (-x) = -207$$

Zadatak 3

Riješite jednadžbu

$$1 - 5 - 11 - \cdots - x = -207$$

uz pretpostavku da brojevi na lijevoj strani čine aritmetički niz.

Rješenje

Zadanu jednadžbu možemo zapisati u obliku

$$1 + (-5) + (-11) + \cdots + (-x) = -207$$

iz čega dobivamo

Zadatak 3

Riješite jednadžbu

$$1 - 5 - 11 - \cdots - x = -207$$

uz pretpostavku da brojevi na lijevoj strani čine aritmetički niz.

Rješenje

Zadanu jednadžbu možemo zapisati u obliku

$$\underset{\boxed{a_1}}{}\!\!\!\!\!\overset{\boxed{a_1}}{1} + (-5) + (-11) + \cdots + (-x) = -207$$

iz čega dobivamo

$$a_1 = 1$$

Zadatak 3

Riješite jednadžbu

$$1 - 5 - 11 - \cdots - x = -207$$

uz pretpostavku da brojevi na lijevoj strani čine aritmetički niz.

Rješenje

Zadanu jednadžbu možemo zapisati u obliku

$$\overset{\boxed{a_1}}{1} + \overset{\boxed{a_2}}{(-5)} + \overset{\boxed{a_3}}{(-11)} + \cdots + (-x) = -207$$

iz čega dobivamo

$$a_1 = 1, \quad d = a_2 - a_1$$

Zadatak 3

Riješite jednadžbu

$$1 - 5 - 11 - \cdots - x = -207$$

uz pretpostavku da brojevi na lijevoj strani čine aritmetički niz.

Rješenje

Zadanu jednadžbu možemo zapisati u obliku

$$\underset{\boxed{a_1}}{1} + \underset{\boxed{a_2}}{(-5)} + \underset{\boxed{a_3}}{(-11)} + \cdots + (-x) = -207$$

iz čega dobivamo

$$a_1 = 1, \quad d = a_2 - a_1 =$$

Zadatak 3

Riješite jednadžbu

$$1 - 5 - 11 - \cdots - x = -207$$

uz pretpostavku da brojevi na lijevoj strani čine aritmetički niz.

Rješenje

Zadanu jednadžbu možemo zapisati u obliku

$$\overset{\boxed{a_1}}{1} + \overset{\boxed{a_2}}{(-5)} + \overset{\boxed{a_3}}{(-11)} + \cdots + (-x) = -207$$

iz čega dobivamo

$$a_1 = 1, \quad d = a_2 - a_1 = -5$$

Zadatak 3

Riješite jednadžbu

$$1 - 5 - 11 - \cdots - x = -207$$

uz pretpostavku da brojevi na lijevoj strani čine aritmetički niz.

Rješenje

Zadanu jednadžbu možemo zapisati u obliku

$$\overset{\boxed{a_1}}{1} + \overset{\boxed{a_2}}{(-5)} + \overset{\boxed{a_3}}{(-11)} + \cdots + (-x) = -207$$

iz čega dobivamo

$$a_1 = 1, \quad d = a_2 - a_1 = -5 -$$

Zadatak 3

Riješite jednadžbu

$$1 - 5 - 11 - \cdots - x = -207$$

uz pretpostavku da brojevi na lijevoj strani čine aritmetički niz.

Rješenje

Zadanu jednadžbu možemo zapisati u obliku

$$\overset{\boxed{a_1}}{1} + \overset{\boxed{a_2}}{(-5)} + \overset{\boxed{a_3}}{(-11)} + \cdots + (-x) = -207$$

iz čega dobivamo

$$a_1 = 1, \quad d = a_2 - a_1 = -5 - 1$$

Zadatak 3

Riješite jednadžbu

$$1 - 5 - 11 - \cdots - x = -207$$

uz pretpostavku da brojevi na lijevoj strani čine aritmetički niz.

Rješenje

Zadanu jednadžbu možemo zapisati u obliku

$$\overset{\boxed{a_1}}{1} + \overset{\boxed{a_2}}{(-5)} + \overset{\boxed{a_3}}{(-11)} + \cdots + (-x) = -207$$

iz čega dobivamo

$$a_1 = 1, \quad d = a_2 - a_1 = -5 - 1 = -6$$

Zadatak 3

Riješite jednadžbu

$$1 - 5 - 11 - \cdots - x = -207$$

uz pretpostavku da brojevi na lijevoj strani čine aritmetički niz.

Rješenje

Zadanu jednadžbu možemo zapisati u obliku

$$\overset{\boxed{a_1}}{1} + \overset{\boxed{a_2}}{(-5)} + \overset{\boxed{a_3}}{(-11)} + \cdots + \overset{\boxed{a_n}}{(-x)} = -207$$

iz čega dobivamo

$$a_1 = 1, \quad d = a_2 - a_1 = -5 - 1 = -6, \quad a_n = -x.$$

$$1 + (-5) + (-11) + \cdots + (-x) = -207$$

$$1 + (-5) + (-11) + \cdots + (-x) = -207 \quad \boxed{S_n = \frac{n}{2}\big(2a_1 + (n-1)d\big)}$$

$$\frac{n}{2}\Big(2 \cdot 1 + (n-1) \cdot (-6)\Big) = -207 \quad \boxed{a_1 = 1} \ \boxed{d = -6}$$

$$1+(-5)+(-11)+\cdots+(-x)=-207 \qquad \boxed{S_n=\frac{n}{2}\big(2a_1+(n-1)d\big)}$$

$$\frac{n}{2}\Big(2\cdot 1+(n-1)\cdot(-6)\Big)=-207 \qquad \boxed{a_1=1} \quad \boxed{d=-6}$$

$$\frac{n}{2}(2-6n+6)=-207$$

$$1 + (-5) + (-11) + \cdots + (-x) = -207$$

$$\boxed{S_n = \frac{n}{2}\big(2a_1 + (n-1)d\big)}$$

$$\frac{n}{2}\Big(2 \cdot 1 + (n-1) \cdot (-6)\Big) = -207$$

$$\boxed{a_1 = 1} \quad \boxed{d = -6}$$

$$\frac{n}{2}(2 - 6n + 6) = -207$$

$$\frac{n}{2}(8 - 6n) = -207$$

$$1 + (-5) + (-11) + \cdots + (-x) = -207 \qquad \boxed{S_n = \frac{n}{2}\big(2a_1 + (n-1)d\big)}$$

$$\frac{n}{2}\Big(2 \cdot 1 + (n-1) \cdot (-6)\Big) = -207 \qquad \boxed{a_1 = 1} \quad \boxed{d = -6}$$

$$\frac{n}{2}(2 - 6n + 6) = -207$$

$$\frac{n}{2}(8 - 6n) = -207$$

$$4n - 3n^2 = -207$$

$$1 + (-5) + (-11) + \cdots + (-x) = -207 \quad \boxed{S_n = \frac{n}{2}\big(2a_1 + (n-1)d\big)}$$

$$\frac{n}{2}\Big(2 \cdot 1 + (n-1) \cdot (-6)\Big) = -207 \quad \boxed{a_1 = 1} \quad \boxed{d = -6}$$

$$\frac{n}{2}(2 - 6n + 6) = -207$$

$$\frac{n}{2}(8 - 6n) = -207$$

$$4n - 3n^2 = -207$$

$$-3n^2 + 4n + 207 = 0$$

$$1 + (-5) + (-11) + \cdots + (-x) = -207$$

$$\boxed{S_n = \frac{n}{2}\big(2a_1 + (n-1)d\big)}$$

$$\frac{n}{2}\Big(2 \cdot 1 + (n-1) \cdot (-6)\Big) = -207$$

$$\boxed{a_1 = 1} \quad \boxed{d = -6}$$

$$\frac{n}{2}(2 - 6n + 6) = -207$$

$$\boxed{\begin{gathered} ax^2 + bx + c = 0 \\ x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{gathered}}$$

$$\frac{n}{2}(8 - 6n) = -207$$

$$4n - 3n^2 = -207$$

$$-3n^2 + 4n + 207 = 0$$

$$n_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 207}}{2 \cdot (-3)}$$

$$1 + (-5) + (-11) + \cdots + (-x) = -207$$

$$\boxed{S_n = \frac{n}{2}\big(2a_1 + (n-1)d\big)}$$

$$\frac{n}{2}\Big(2 \cdot 1 + (n-1) \cdot (-6)\Big) = -207$$

$$\boxed{a_1 = 1} \quad \boxed{d = -6}$$

$$\frac{n}{2}(2 - 6n + 6) = -207$$

$$\boxed{\begin{gathered} ax^2 + bx + c = 0 \\ x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{gathered}}$$

$$\frac{n}{2}(8 - 6n) = -207$$

$$4n - 3n^2 = -207$$

$$-3n^2 + 4n + 207 = 0$$

$$n_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 207}}{2 \cdot (-3)}$$

$$n_{1,2} = \frac{-4 \pm 50}{-6}$$

$$1 + (-5) + (-11) + \cdots + (-x) = -207$$

$$\boxed{S_n = \frac{n}{2}\big(2a_1 + (n-1)d\big)}$$

$$\frac{n}{2}\Big(2 \cdot 1 + (n-1) \cdot (-6)\Big) = -207$$

$$\boxed{a_1 = 1} \quad \boxed{d = -6}$$

$$\frac{n}{2}(2 - 6n + 6) = -207$$

$$\boxed{\begin{gathered} ax^2 + bx + c = 0 \\ x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{gathered}}$$

$$\frac{n}{2}(8 - 6n) = -207$$

$$4n - 3n^2 = -207$$

$$-3n^2 + 4n + 207 = 0$$

$$n_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 207}}{2 \cdot (-3)}$$

$$n_{1,2} = \frac{-4 \pm 50}{-6}$$

$$n_1 = -\frac{23}{3}, \quad n_2 = 9$$

$$1 + (-5) + (-11) + \cdots + (-x) = -207$$

$$\boxed{S_n = \frac{n}{2}\big(2a_1 + (n-1)d\big)}$$

$$\frac{n}{2}\Big(2 \cdot 1 + (n-1) \cdot (-6)\Big) = -207$$

$$\boxed{a_1 = 1} \quad \boxed{d = -6}$$

$$\frac{n}{2}(2 - 6n + 6) = -207$$

$$\boxed{\begin{gathered} ax^2 + bx + c = 0 \\ x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{gathered}}$$

$$\frac{n}{2}(8 - 6n) = -207$$

$$4n - 3n^2 = -207$$

$$n = 9$$

$$-3n^2 + 4n + 207 = 0$$

$$n_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 207}}{2 \cdot (-3)}$$

$$n_{1,2} = \frac{-4 \pm 50}{-6}$$

$$\cancel{n_1 = -\frac{23}{3}}, \quad n_2 = 9$$

$$1 + (-5) + (-11) + \cdots + (-x) = -207$$

$$\frac{n}{2}\Big(2 \cdot 1 + (n-1) \cdot (-6)\Big) = -207$$

$$\frac{n}{2}(2 - 6n + 6) = -207$$

$$\frac{n}{2}(8 - 6n) = -207$$

$$4n - 3n^2 = -207$$

$$-3n^2 + 4n + 207 = 0$$

$$n_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 207}}{2 \cdot (-3)}$$

$$n_{1,2} = \frac{-4 \pm 50}{-6}$$

$$\cancel{n_1 = -\frac{23}{3}}, \quad n_2 = 9$$

$$\boxed{S_n = \frac{n}{2}\big(2a_1 + (n-1)d\big)}$$

$$\boxed{a_1 = 1} \quad \boxed{d = -6} \quad \boxed{a_n = -x}$$

$$\boxed{\begin{gathered} ax^2 + bx + c = 0 \\ x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{gathered}}$$

$$n = 9$$

$$x = -a_9$$

$$1 + (-5) + (-11) + \cdots + (-x) = -207$$

$$\boxed{S_n = \frac{n}{2}\big(2a_1 + (n-1)d\big)}$$

$$\frac{n}{2}\Big(2 \cdot 1 + (n-1) \cdot (-6)\Big) = -207$$

$$\boxed{a_1 = 1} \quad \boxed{d = -6} \quad \boxed{a_n = -x}$$

$$\frac{n}{2}(2 - 6n + 6) = -207$$

$$\boxed{\begin{gathered} ax^2 + bx + c = 0 \\ x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{gathered}}$$

$$\frac{n}{2}(8 - 6n) = -207$$

$$4n - 3n^2 = -207$$

$$-3n^2 + 4n + 207 = 0$$

$$n_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 207}}{2 \cdot (-3)}$$

$$n_{1,2} = \frac{-4 \pm 50}{-6}$$

$$\cancel{n_1 = -\frac{23}{3}}, \quad n_2 = 9$$

$$n = 9$$

$$x = -a_9$$

$$x = -(a_1 + 8d)$$

$$1 + (-5) + (-11) + \cdots + (-x) = -207$$

$$\boxed{S_n = \frac{n}{2}\big(2a_1 + (n-1)d\big)}$$

$$\frac{n}{2}\Big(2 \cdot 1 + (n-1) \cdot (-6)\Big) = -207$$

$$\boxed{a_1 = 1} \quad \boxed{d = -6} \quad \boxed{a_n = -x}$$

$$\frac{n}{2}(2 - 6n + 6) = -207$$

$$\boxed{\begin{gathered} ax^2 + bx + c = 0 \\ x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{gathered}}$$

$$\frac{n}{2}(8 - 6n) = -207$$

$$4n - 3n^2 = -207$$

$$-3n^2 + 4n + 207 = 0$$

$$n_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 207}}{2 \cdot (-3)}$$

$$n_{1,2} = \frac{-4 \pm 50}{-6}$$

$$\cancel{n_1 = -\frac{23}{3}}, \quad n_2 = 9$$

$$n = 9$$

$$x = -a_9$$

$$x = -(a_1 + 8d)$$

$$x = -\big(1 + 8 \cdot (-6)\big)$$

$$1 + (-5) + (-11) + \cdots + (-x) = -207$$

$$\boxed{S_n = \frac{n}{2}\big(2a_1 + (n-1)d\big)}$$

$$\frac{n}{2}\Big(2 \cdot 1 + (n-1) \cdot (-6)\Big) = -207$$

$$\boxed{a_1 = 1} \quad \boxed{d = -6} \quad \boxed{a_n = -x}$$

$$\frac{n}{2}(2 - 6n + 6) = -207$$

$$\boxed{\begin{gathered} ax^2 + bx + c = 0 \\ x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{gathered}}$$

$$\frac{n}{2}(8 - 6n) = -207$$

$$4n - 3n^2 = -207$$

$$-3n^2 + 4n + 207 = 0$$

$$n_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 207}}{2 \cdot (-3)}$$

$$n_{1,2} = \frac{-4 \pm 50}{-6}$$

$$\cancel{n_1 = -\frac{23}{3}}, \quad n_2 = 9$$

$$n = 9$$

$$x = -a_9$$

$$x = -(a_1 + 8d)$$

$$x = -\big(1 + 8 \cdot (-6)\big)$$

$$x = -(-47)$$

$$1 + (-5) + (-11) + \cdots + (-x) = -207$$

$$\boxed{S_n = \frac{n}{2}\big(2a_1 + (n-1)d\big)}$$

$$\frac{n}{2}\Big(2 \cdot 1 + (n-1) \cdot (-6)\Big) = -207$$

$$\boxed{a_1 = 1} \quad \boxed{d = -6} \quad \boxed{a_n = -x}$$

$$\frac{n}{2}(2 - 6n + 6) = -207$$

$$\boxed{\begin{gathered} ax^2 + bx + c = 0 \\ x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{gathered}}$$

$$\frac{n}{2}(8 - 6n) = -207$$

$$4n - 3n^2 = -207$$

$$-3n^2 + 4n + 207 = 0$$

$$n_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 207}}{2 \cdot (-3)}$$

$$n_{1,2} = \frac{-4 \pm 50}{-6}$$

$$\cancel{n_1 = -\frac{23}{3}}, \quad n_2 = 9$$

$$n = 9$$

$$x = -a_9$$

$$x = -(a_1 + 8d)$$

$$x = -\big(1 + 8 \cdot (-6)\big)$$

$$x = -(-47)$$

$$x = 47$$

četvrti zadatak

Zadatak 4

Odredite opći član niza (a_n) koji je definiran rekurzivnom formulom

$$a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1.$$

Zadatak 4

Odredite opći član niza (a_n) koji je definiran rekurzivnom formulom

$$a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1.$$

Rješenje

$$a_1 = 1$$

Zadatak 4

Odredite opći član niza (a_n) koji je definiran rekurzivnom formulom

$$a_n \underset{\substack{\uparrow \\ n=2}}{=} a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1.$$

Rješenje

$$a_1 = 1$$

$$a_2 =$$

Zadatak 4

Odredite opći član niza (a_n) koji je definiran rekurzivnom formulom

$$a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1.$$

$n = 2$

Rješenje

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = a_1 + 2$$

Zadatak 4

Odredite opći član niza (a_n) *koji je definiran rekurzivnom formulom*

$$a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1.$$

Rješenje

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = a_1 + 2 =$$

Zadatak 4

Odredite opći član niza (a_n) *koji je definiran rekurzivnom formulom*

$$a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1.$$

Rješenje

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = a_1 + 2 = 1 + 2$$

Zadatak 4

Odredite opći član niza (a_n) *koji je definiran rekurzivnom formulom*

$$a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1.$$

Rješenje

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = a_1 + 2 = \boxed{1} + 2$$

Zadatak 4

Odredite opći član niza (a_n) koji je definiran rekurzivnom formulom

$$a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1.$$

Rješenje

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = a_1 + 2 = \boxed{1} + 2$$

Zadatak 4

Odredite opći član niza (a_n) koji je definiran rekurzivnom formulom

$$a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1.$$

Rješenje

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = a_1 + 2 = \boxed{1} + 2 = 3$$

Zadatak 4

Odredite opći član niza (a_n) koji je definiran rekurzivnom formulom

$$a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1.$$

$n = 3$

Rješenje

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = a_1 + 2 = \boxed{1} + 2 = 3$$

$$a_3 =$$

Zadatak 4

Odredite opći član niza (a_n) koji je definiran rekurzivnom formulom

$$a_n \underset{\substack{\uparrow \\ n=3}}{=} a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1.$$

Rješenje

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = a_1 + 2 = \boxed{1} + 2 = 3$$

$$a_3 = a_2 + 3$$

Zadatak 4

Odredite opći član niza (a_n) koji je definiran rekurzivnom formulom

$$a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1.$$

Rješenje

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = a_1 + 2 = \boxed{1} + 2 = 3$$

$$a_3 = a_2 + 3 =$$

Zadatak 4

Odredite opći član niza (a_n) koji je definiran rekurzivnom formulom

$$a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1.$$

Rješenje

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = a_1 + 2 = \boxed{1} + 2 = 3$$

$$a_3 = a_2 + 3 = 1 + 2 + 3$$

Zadatak 4

Odredite opći član niza (a_n) *koji je definiran rekurzivnom formulom*

$$a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1.$$

Rješenje

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = a_1 + 2 = \boxed{1} + 2 = 3$$

$$a_3 = a_2 + 3 = \boxed{1+2} + 3$$

Zadatak 4

Odredite opći član niza (a_n) *koji je definiran rekurzivnom formulom*

$$a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1.$$

Rješenje

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = a_1 + 2 = \boxed{1} + 2 = 3$$

$$a_3 = a_2 + 3 = \boxed{1 + 2} + 3$$

Zadatak 4

Odredite opći član niza (a_n) *koji je definiran rekurzivnom formulom*

$$a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1.$$

Rješenje

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = a_1 + 2 = \boxed{1} + 2 = 3$$

$$a_3 = a_2 + 3 = \boxed{1 + 2} + 3 = 6$$

Zadatak 4

Odredite opći član niza (a_n) koji je definiran rekurzivnom formulom

$$a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1.$$

$$n = 4$$

Rješenje

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = a_1 + 2 = \boxed{1} + 2 = 3$$

$$a_3 = a_2 + 3 = \boxed{1 + 2} + 3 = 6$$

$$a_4 =$$

Zadatak 4

Odredite opći član niza (a_n) *koji je definiran rekurzivnom formulom*

$$a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1.$$

$$n = 4$$

Rješenje

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = a_1 + 2 = \boxed{1} + 2 = 3$$

$$a_3 = a_2 + 3 = \boxed{1 + 2} + 3 = 6$$

$$a_4 = a_3 + 4$$

Zadatak 4

Odredite opći član niza (a_n) *koji je definiran rekurzivnom formulom*

$$a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1.$$

Rješenje

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = a_1 + 2 = \boxed{1} + 2 = 3$$

$$a_3 = a_2 + 3 = \boxed{1 + 2} + 3 = 6$$

$$a_4 = a_3 + 4 =$$

Zadatak 4

Odredite opći član niza (a_n) *koji je definiran rekurzivnom formulom*

$$a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1.$$

Rješenje

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = a_1 + 2 = \boxed{1} + 2 = 3$$

$$a_3 = a_2 + 3 = \boxed{1 + 2} + 3 = 6$$

$$a_4 = a_3 + 4 = 1 + 2 + 3 + 4$$

Zadatak 4

Odredite opći član niza (a_n) *koji je definiran rekurzivnom formulom*

$$a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1.$$

Rješenje

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = a_1 + 2 = \boxed{1} + 2 = 3$$

$$a_3 = a_2 + 3 = \boxed{1 + 2} + 3 = 6$$

$$a_4 = a_3 + 4 = \boxed{1 + 2 + 3} + 4$$

Zadatak 4

Odredite opći član niza (a_n) *koji je definiran rekurzivnom formulom*

$$a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1.$$

Rješenje

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = a_1 + 2 = \boxed{1} + 2 = 3$$

$$a_3 = a_2 + 3 = \boxed{1 + 2} + 3 = 6$$

$$a_4 = a_3 + 4 = \boxed{1 + 2 + 3} + 4$$

Zadatak 4

Odredite opći član niza (a_n) *koji je definiran rekurzivnom formulom*

$$a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1.$$

Rješenje

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = a_1 + 2 = \boxed{1} + 2 = 3$$

$$a_3 = a_2 + 3 = \boxed{1 + 2} + 3 = 6$$

$$a_4 = a_3 + 4 = \boxed{1 + 2 + 3} + 4 = 10$$

Zadatak 4

Odredite opći član niza (a_n) koji je definiran rekurzivnom formulom

$$a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1.$$

Rješenje

$$\begin{aligned}
a_1 &= 1 \\
a_2 &= a_1 + 2 = \boxed{1} + 2 = 3 \\
a_3 &= a_2 + 3 = \boxed{1 + 2} + 3 = 6 \\
a_4 &= a_3 + 4 = \boxed{1 + 2 + 3} + 4 = 10 \\
&\vdots \\
a_n &=
\end{aligned}$$

Zadatak 4

Odredite opći član niza (a_n) *koji je definiran rekurzivnom formulom*

$$a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1.$$

Rješenje

$$\begin{aligned}
a_1 &= 1 \\
a_2 &= a_1 + 2 = \boxed{1} + 2 = 3 \\
a_3 &= a_2 + 3 = \boxed{1+2} + 3 = 6 \\
a_4 &= a_3 + 4 = \boxed{1+2+3} + 4 = 10 \\
&\vdots \\
a_n &= 1 + 2 + 3 + \cdots + n
\end{aligned}$$

Zadatak 4

Odredite opći član niza (a_n) koji je definiran rekurzivnom formulom

$$a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1.$$

Rješenje

$$\begin{aligned}
a_1 &= 1 \\
a_2 &= a_1 + 2 = \boxed{1} + 2 = 3 \\
a_3 &= a_2 + 3 = \boxed{1 + 2} + 3 = 6 \\
a_4 &= a_3 + 4 = \boxed{1 + 2 + 3} + 4 = 10 \\
&\vdots \\
a_n &= 1 + 2 + 3 + \cdots + n
\end{aligned}$$

tvrdimo
da vrijedi

Zadatak 4

Odredite opći član niza (a_n) *koji je definiran rekurzivnom formulom*

$$a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1.$$

Rješenje

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = a_1 + 2 = \boxed{1} + 2 = 3$$

$$a_3 = a_2 + 3 = \boxed{1 + 2} + 3 = 6$$

$$a_4 = a_3 + 4 = \boxed{1 + 2 + 3} + 4 = 10$$

$$\vdots$$

$$a_n \underset{\substack{\uparrow \\ \text{tvrdimo} \\ \text{da vrijedi}}}{=} 1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Zadatak 4

Odredite opći član niza (a_n) koji je definiran rekurzivnom formulom

$$a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1.$$

Rješenje

$$\begin{aligned}
a_1 &= 1 \\
a_2 &= a_1 + 2 = \boxed{1} + 2 = 3 \\
a_3 &= a_2 + 3 = \boxed{1 + 2} + 3 = 6 \\
a_4 &= a_3 + 4 = \boxed{1 + 2 + 3} + 4 = 10 \\
&\vdots \\
a_n &\underset{\substack{\uparrow \\ \text{tvrdimo} \\ \text{da vrijedi}}}{=} 1 + 2 + 3 + \cdots + n \underset{\substack{\uparrow \\ \text{poznata} \\ \text{jednakost}}}{=} \frac{n(n+1)}{2}
\end{aligned}$$

Zadatak 4

Odredite opći član niza (a_n) koji je definiran rekurzivnom formulom

$$a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1.$$

Rješenje

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = a_1 + 2 = \boxed{1} + 2 = 3$$

$$a_3 = a_2 + 3 = \boxed{1+2} + 3 = 6$$

$$a_4 = a_3 + 4 = \boxed{1+2+3} + 4 = 10$$

$$\vdots$$

$$a_n = 1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

tvrdimo da vrijedi

poznata jednakost

Želimo dokazati da za svaki $n \in \mathbb{N}$ vrijedi

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Dokaz provodimo matematičkom indukcijom po $n \in \mathbb{N}$.

- Baza indukcije: $n = 1$

$$\boxed{a_n = \frac{n(n+1)}{2}}$$

$\uparrow$

želimo dokazati

$\boxed{a_n = a_{n-1} + n, \;\; a_1 = 1}$ $\longleftarrow$ zadano u zadatku

- Baza indukcije: $n = 1$

$$a_1 =$$

$$\boxed{a_n = \frac{n(n+1)}{2}}$$

$\uparrow$

želimo dokazati

$\boxed{a_n = a_{n-1} + n, \;\; a_1 = 1}$ $\longleftarrow$ zadano u zadatku

- Baza indukcije: $n = 1$

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$n = 1$

želimo dokazati

$$a_1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2}$$

$\boxed{a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1}$ $\longleftarrow$ zadano u zadatku

- Baza indukcije: $n = 1$

$$a_1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2} = 1$$

$n = 1$

$$\boxed{a_n = \frac{n(n+1)}{2}}$$

želimo dokazati

$\boxed{a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1}$ $\longleftarrow$ zadano u zadatku

- Baza indukcije: $n = 1$

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

želimo dokazati

$n = 1$

$$a_1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2} = 1$$

za $n = 1$ tvrdnja vrijedi

$$a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1$$

$\longleftarrow$ zadano u zadatku

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

želimo dokazati

- Baza indukcije: $n = 1$

$n = 1$

$$a_1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2} = 1$$

- Korak indukcije

$a_n = a_{n-1} + n, \;\; a_1 = 1$ $\longleftarrow$ zadano u zadatku

- Baza indukcije: $n = 1$

$$a_1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2} = 1$$

$n = 1$

$$\boxed{a_n = \frac{n(n+1)}{2}}$$

želimo dokazati

- Korak indukcije

Pretpostavimo da tvrdnja vrijedi za neki $n \in \mathbb{N}$,

$\boxed{a_n = a_{n-1} + n, \;\; a_1 = 1}$ $\longleftarrow$ zadano u zadatku

- Baza indukcije: $n = 1$

$$a_1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2} = 1$$

$n = 1$

$$\boxed{a_n = \frac{n(n+1)}{2}}$$

želimo dokazati

- Korak indukcije

Pretpostavimo da tvrdnja vrijedi za neki $n \in \mathbb{N}$, tj. da vrijedi

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

$\boxed{a_n = a_{n-1} + n, \;\; a_1 = 1}$ $\longleftarrow$ zadano u zadatku

- Baza indukcije: $n = 1$

$$a_1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2} = 1$$

$n = 1$

$$\boxed{a_n = \frac{n(n+1)}{2}}$$

želimo dokazati

- Korak indukcije

Pretpostavimo da tvrdnja vrijedi za neki $n \in \mathbb{N}$, tj. da vrijedi

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Želimo dokazati da tvrdnja vrijedi za sljedeći prirodni broj $n+1$.

$\boxed{a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1}$ $\longleftarrow$ zadano u zadatku

- Baza indukcije: $n = 1$

$$a_1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2} = 1$$

$n = 1$

$$\boxed{a_n = \frac{n(n+1)}{2}}$$

želimo dokazati

- Korak indukcije

Pretpostavimo da tvrdnja vrijedi za neki $n \in \mathbb{N}$, tj. da vrijedi

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Želimo dokazati da tvrdnja vrijedi za sljedeći prirodni broj $n+1$.

$$a_{n+1} =$$

umjesto n uvrstimo $n+1$

$$\boxed{a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1}$$

$\longleftarrow$ zadano u zadatku

- Baza indukcije: $n = 1$

$$a_1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2} = 1$$

$n = 1$

$$\boxed{a_n = \frac{n(n+1)}{2}}$$

želimo dokazati

- Korak indukcije

Pretpostavimo da tvrdnja vrijedi za neki $n \in \mathbb{N}$, tj. da vrijedi

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Želimo dokazati da tvrdnja vrijedi za sljedeći prirodni broj $n+1$.

$$a_{n+1} = a_n$$

umjesto n uvrstimo $n+1$

$$\boxed{a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1}$$ ⟵ zadano u zadatku

- Baza indukcije: $n = 1$

$$a_1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2} = 1$$

$n = 1$

$$\boxed{a_n = \frac{n(n+1)}{2}}$$

želimo dokazati

- Korak indukcije

Pretpostavimo da tvrdnja vrijedi za neki $n \in \mathbb{N}$, tj. da vrijedi

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Želimo dokazati da tvrdnja vrijedi za sljedeći prirodni broj $n+1$.

$$a_{n+1} = a_n + (n+1)$$

umjesto n uvrstimo $n+1$

$\boxed{a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1}$ $\longleftarrow$ zadano u zadatku

- Baza indukcije: $n = 1$

$$a_1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2} = 1$$

$n = 1$

$$\boxed{a_n = \frac{n(n+1)}{2}}$$

želimo dokazati

- Korak indukcije

Pretpostavimo da tvrdnja vrijedi za neki $n \in \mathbb{N}$, tj. da vrijedi

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Želimo dokazati da tvrdnja vrijedi za sljedeći prirodni broj $n + 1$.

$$a_{n+1} = a_n + (n+1) =$$

umjesto n uvrstimo $n+1$

$$\boxed{a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1}$$

$\longleftarrow$ zadano u zadatku

- Baza indukcije: $n = 1$

$$a_1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2} = 1$$

$n = 1$

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

želimo dokazati

- Korak indukcije

Pretpostavimo da tvrdnja vrijedi za neki $n \in \mathbb{N}$, tj. da vrijedi

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Želimo dokazati da tvrdnja vrijedi za sljedeći prirodni broj $n + 1$.

$$a_{n+1} = \boxed{a_n} + (n+1) =$$

umjesto n uvrstimo $n+1$

$$a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1$$

$\longleftarrow$ zadano u zadatku

- Baza indukcije: $n = 1$

$$a_1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2} = 1$$

$n = 1$

$$\boxed{a_n = \frac{n(n+1)}{2}}$$

želimo dokazati

- Korak indukcije

Pretpostavimo da tvrdnja vrijedi za neki $n \in \mathbb{N}$, tj. da vrijedi

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Želimo dokazati da tvrdnja vrijedi za sljedeći prirodni broj $n + 1$.

pretpostavka indukcije

$$a_{n+1} = \boxed{a_n} + (n+1) = \boxed{}$$

umjesto n uvrstimo $n+1$

$$\boxed{a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1}$$ $\longleftarrow$ zadano u zadatku

- Baza indukcije: $n = 1$

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$n = 1$

želimo dokazati

$$a_1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2} = 1$$

- Korak indukcije

Pretpostavimo da tvrdnja vrijedi za neki $n \in \mathbb{N}$, tj. da vrijedi

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Želimo dokazati da tvrdnja vrijedi za sljedeći prirodni broj $n+1$.

pretpostavka indukcije

$$a_{n+1} = \boxed{a_n} + (n+1) = \boxed{\frac{n(n+1)}{2}}$$

umjesto n uvrstimo $n+1$

$a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1$ ⟵ zadano u zadatku

- Baza indukcije: $n = 1$

$$a_1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2} = 1$$

$n = 1$

$$\boxed{a_n = \frac{n(n+1)}{2}}$$

želimo dokazati

- Korak indukcije

Pretpostavimo da tvrdnja vrijedi za neki $n \in \mathbb{N}$, tj. da vrijedi

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Želimo dokazati da tvrdnja vrijedi za sljedeći prirodni broj $n+1$.

pretpostavka indukcije

$$a_{n+1} = \boxed{a_n} + (n+1) = \boxed{\frac{n(n+1)}{2}} + n + 1$$

umjesto n uvrstimo $n+1$

$$\boxed{a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1}$$

$\longleftarrow$ zadano u zadatku

- Baza indukcije: $n = 1$

$n = 1$

$$a_1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2} = 1$$

$$\boxed{a_n = \frac{n(n+1)}{2}}$$

želimo dokazati

- Korak indukcije

Pretpostavimo da tvrdnja vrijedi za neki $n \in \mathbb{N}$, tj. da vrijedi

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Želimo dokazati da tvrdnja vrijedi za sljedeći prirodni broj $n+1$.

pretpostavka indukcije

$$a_{n+1} = \boxed{a_n} + (n+1) = \boxed{\frac{n(n+1)}{2}} + n + 1 =$$

umjesto n uvrstimo $n+1$

$\boxed{a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1}$ $\longleftarrow$ zadano u zadatku

- Baza indukcije: $n = 1$

$$a_1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2} = 1$$

$n = 1$

$$\boxed{a_n = \frac{n(n+1)}{2}}$$

želimo dokazati

- Korak indukcije

Pretpostavimo da tvrdnja vrijedi za neki $n \in \mathbb{N}$, tj. da vrijedi

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Želimo dokazati da tvrdnja vrijedi za sljedeći prirodni broj $n+1$.

pretpostavka indukcije

umjesto n uvrstimo $n+1$

$$a_{n+1} = \boxed{a_n} + (n+1) = \boxed{\frac{n(n+1)}{2}} + n + 1 =$$

$$= \frac{\qquad\qquad}{2}$$

$\boxed{a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1}$ $\longleftarrow$ zadano u zadatku

- Baza indukcije: $n = 1$

$$a_1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2} = 1$$

$n = 1$

$$\boxed{a_n = \frac{n(n+1)}{2}}$$

želimo dokazati

- Korak indukcije

Pretpostavimo da tvrdnja vrijedi za neki $n \in \mathbb{N}$, tj. da vrijedi

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Želimo dokazati da tvrdnja vrijedi za sljedeći prirodni broj $n+1$.

pretpostavka indukcije

$$a_{n+1} = \boxed{a_n} + (n+1) = \boxed{\frac{n(n+1)}{2}} + n + 1 =$$

$$= \frac{n(n+1)}{2}$$

umjesto n uvrstimo $n+1$

$$\boxed{a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1}$$

$\longleftarrow$ zadano u zadatku

- Baza indukcije: $n = 1$

$$a_1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2} = 1$$

$n = 1$

$$\boxed{a_n = \frac{n(n+1)}{2}}$$

želimo dokazati

- Korak indukcije

Pretpostavimo da tvrdnja vrijedi za neki $n \in \mathbb{N}$, tj. da vrijedi

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Želimo dokazati da tvrdnja vrijedi za sljedeći prirodni broj $n+1$.

pretpostavka indukcije

$$a_{n+1} = \boxed{a_n} + (n+1) = \boxed{\frac{n(n+1)}{2}} + n + 1 =$$

$$= \frac{n(n+1) + }{2}$$

umjesto n uvrstimo $n+1$

$$\boxed{a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1}$$

$\longleftarrow$ zadano u zadatku

- Baza indukcije: $n = 1$

$$a_1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2} = 1$$

$n = 1$

$$\boxed{a_n = \frac{n(n+1)}{2}}$$

želimo dokazati

- Korak indukcije

Pretpostavimo da tvrdnja vrijedi za neki $n \in \mathbb{N}$, tj. da vrijedi

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Želimo dokazati da tvrdnja vrijedi za sljedeći prirodni broj $n+1$.

pretpostavka indukcije

$$a_{n+1} = \boxed{a_n} + (n+1) = \boxed{\frac{n(n+1)}{2}} + n + 1 =$$

$$= \frac{n(n+1) + 2(n+1)}{2}$$

umjesto n uvrstimo $n+1$

$$\boxed{a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1}$$ ⟵ zadano u zadatku

- Baza indukcije: $n = 1$

$n = 1$

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

želimo dokazati

$$a_1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2} = 1$$

- Korak indukcije

Pretpostavimo da tvrdnja vrijedi za neki $n \in \mathbb{N}$, tj. da vrijedi

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Želimo dokazati da tvrdnja vrijedi za sljedeći prirodni broj $n+1$.

pretpostavka indukcije

$$a_{n+1} = \boxed{a_n} + (n+1) = \boxed{\frac{n(n+1)}{2}} + n + 1 =$$

umjesto n uvrstimo $n+1$

$$= \frac{n(n+1) + 2(n+1)}{2} =$$

$$\boxed{a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1}$$

$\longleftarrow$ zadano u zadatku

- Baza indukcije: $n = 1$

$$a_1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2} = 1$$

$n = 1$

$$\boxed{a_n = \frac{n(n+1)}{2}}$$

želimo dokazati

- Korak indukcije

Pretpostavimo da tvrdnja vrijedi za neki $n \in \mathbb{N}$, tj. da vrijedi

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Želimo dokazati da tvrdnja vrijedi za sljedeći prirodni broj $n+1$.

pretpostavka indukcije

$$a_{n+1} = \boxed{a_n} + (n+1) = \boxed{\frac{n(n+1)}{2}} + n + 1 =$$

umjesto n uvrstimo $n+1$

$$= \frac{n(n+1) + 2(n+1)}{2} = \frac{}{2}$$

$$\boxed{a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1}$$ ⟵ zadano u zadatku

- Baza indukcije: $n = 1$

$$a_1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2} = 1$$

$n = 1$

$$\boxed{a_n = \frac{n(n+1)}{2}}$$

želimo dokazati

- Korak indukcije

Pretpostavimo da tvrdnja vrijedi za neki $n \in \mathbb{N}$, tj. da vrijedi

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Želimo dokazati da tvrdnja vrijedi za sljedeći prirodni broj $n + 1$.

pretpostavka indukcije

$$a_{n+1} = \boxed{a_n} + (n+1) = \boxed{\frac{n(n+1)}{2}} + n + 1 =$$

$$= \frac{n(n+1) + 2(n+1)}{2} = \frac{(n+1)(\qquad)}{2}$$

umjesto n uvrstimo $n+1$

$$\boxed{a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1}$$

$\longleftarrow$ zadano u zadatku

- Baza indukcije: $n = 1$

$$a_1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2} = 1$$

$n = 1$

$$\boxed{a_n = \frac{n(n+1)}{2}}$$

želimo dokazati

- Korak indukcije

Pretpostavimo da tvrdnja vrijedi za neki $n \in \mathbb{N}$, tj. da vrijedi

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Želimo dokazati da tvrdnja vrijedi za sljedeći prirodni broj $n + 1$.

pretpostavka indukcije

$$a_{n+1} = \boxed{a_n} + (n+1) = \boxed{\frac{n(n+1)}{2}} + n + 1 =$$

$$= \frac{n(n+1) + 2(n+1)}{2} = \frac{(n+1)(n\qquad)}{2}$$

umjesto n uvrstimo $n+1$

$$\boxed{a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1}$$ $\longleftarrow$ zadano u zadatku

- Baza indukcije: $n = 1$

$$a_1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2} = 1$$

$n = 1$

$$\boxed{a_n = \frac{n(n+1)}{2}}$$

želimo dokazati

- Korak indukcije

Pretpostavimo da tvrdnja vrijedi za neki $n \in \mathbb{N}$, tj. da vrijedi

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Želimo dokazati da tvrdnja vrijedi za sljedeći prirodni broj $n+1$.

pretpostavka indukcije

$$a_{n+1} = \boxed{a_n} + (n+1) = \boxed{\frac{n(n+1)}{2}} + n + 1 =$$

$$= \frac{n(n+1) + 2(n+1)}{2} = \frac{(n+1)(n+\quad)}{2}$$

umjesto n uvrstimo $n+1$

$$\boxed{a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1}$$

$\longleftarrow$ zadano u zadatku

- Baza indukcije: $n = 1$

$n = 1$

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

želimo dokazati

$$a_1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2} = 1$$

- Korak indukcije

Pretpostavimo da tvrdnja vrijedi za neki $n \in \mathbb{N}$, tj. da vrijedi

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Želimo dokazati da tvrdnja vrijedi za sljedeći prirodni broj $n+1$.

pretpostavka indukcije

umjesto n uvrstimo $n+1$

$$a_{n+1} = \boxed{a_n} + (n+1) = \boxed{\frac{n(n+1)}{2}} + n + 1 =$$

$$= \frac{n(n+1) + 2(n+1)}{2} = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

$a_n = a_{n-1} + n, \quad a_1 = 1$ $\longleftarrow$ zadano u zadatku

peti zadatak

Zadatak 5

Ispitajte monotonost i omeđenost sljedećih nizova:

a) $a_n = \dfrac{3n}{3n+1}$

b) $b_n = \dfrac{(-1)^n \cdot 6}{n}$

c) $c_n = \dfrac{2^{3n}}{n!}$

d) $d_n = \log_{\frac{1}{2}} \dfrac{n}{n+2}$

Rješenje

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

a) $\boxed{\text{monotonost}}$

Rješenje

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

a) monotonost

$a_1 =$

Rješenje

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

a) monotonost

$$a_1 = \frac{3 \cdot 1}{3 \cdot 1 + 1}$$

Rješenje

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

a) monotonost

$$a_1 = \frac{3 \cdot 1}{3 \cdot 1 + 1} = \frac{3}{4}$$

Rješenje

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

a) monotonost

$$a_1 = \frac{3 \cdot 1}{3 \cdot 1 + 1} = \frac{3}{4} = 0.75$$

Rješenje

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

a) monotonost

$$a_1 = \frac{3 \cdot 1}{3 \cdot 1 + 1} = \frac{3}{4} = 0.75 \qquad a_2 =$$

Rješenje

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

a) monotonost

$$a_1 = \frac{3 \cdot 1}{3 \cdot 1 + 1} = \frac{3}{4} = 0.75 \qquad a_2 = \frac{3 \cdot 2}{3 \cdot 2 + 1}$$

Rješenje

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

a) monotonost

$$a_1 = \frac{3\cdot 1}{3\cdot 1+1} = \frac{3}{4} = 0.75 \qquad a_2 = \frac{3\cdot 2}{3\cdot 2+1} = \frac{6}{7}$$

Rješenje

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

a) monotonost

$$a_1 = \frac{3 \cdot 1}{3 \cdot 1 + 1} = \frac{3}{4} = 0.75 \qquad a_2 = \frac{3 \cdot 2}{3 \cdot 2 + 1} = \frac{6}{7} \approx 0.857$$

Rješenje

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

a) monotonost

$$a_1 = \frac{3 \cdot 1}{3 \cdot 1 + 1} = \frac{3}{4} = 0.75 \qquad a_2 = \frac{3 \cdot 2}{3 \cdot 2 + 1} = \frac{6}{7} \approx 0.857$$

$$a_3 =$$

Rješenje

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

a) $\boxed{\text{monotonost}}$

$$a_1 = \frac{3 \cdot 1}{3 \cdot 1 + 1} = \frac{3}{4} = 0.75 \qquad a_2 = \frac{3 \cdot 2}{3 \cdot 2 + 1} = \frac{6}{7} \approx 0.857$$

$$a_3 = \frac{3 \cdot 3}{3 \cdot 3 + 1}$$

Rješenje

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

a) monotonost

$$a_1 = \frac{3 \cdot 1}{3 \cdot 1 + 1} = \frac{3}{4} = 0.75 \qquad a_2 = \frac{3 \cdot 2}{3 \cdot 2 + 1} = \frac{6}{7} \approx 0.857$$

$$a_3 = \frac{3 \cdot 3}{3 \cdot 3 + 1} = \frac{9}{10}$$

Rješenje

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

a) monotonost

$$a_1 = \frac{3 \cdot 1}{3 \cdot 1 + 1} = \frac{3}{4} = 0.75 \qquad a_2 = \frac{3 \cdot 2}{3 \cdot 2 + 1} = \frac{6}{7} \approx 0.857$$

$$a_3 = \frac{3 \cdot 3}{3 \cdot 3 + 1} = \frac{9}{10} = 0.9$$

Rješenje

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

a) monotonost

$$a_1 = \frac{3 \cdot 1}{3 \cdot 1 + 1} = \frac{3}{4} = 0.75 \qquad a_2 = \frac{3 \cdot 2}{3 \cdot 2 + 1} = \frac{6}{7} \approx 0.857$$

$$a_3 = \frac{3 \cdot 3}{3 \cdot 3 + 1} = \frac{9}{10} = 0.9 \qquad a_4 =$$

Rješenje

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

a) monotonost

$$a_1 = \frac{3\cdot 1}{3\cdot 1+1} = \frac{3}{4} = 0.75 \qquad a_2 = \frac{3\cdot 2}{3\cdot 2+1} = \frac{6}{7} \approx 0.857$$

$$a_3 = \frac{3\cdot 3}{3\cdot 3+1} = \frac{9}{10} = 0.9 \qquad a_4 = \frac{3\cdot 4}{3\cdot 4+1}$$

Rješenje

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

a) monotonost

$$a_1 = \frac{3 \cdot 1}{3 \cdot 1 + 1} = \frac{3}{4} = 0.75 \qquad a_2 = \frac{3 \cdot 2}{3 \cdot 2 + 1} = \frac{6}{7} \approx 0.857$$

$$a_3 = \frac{3 \cdot 3}{3 \cdot 3 + 1} = \frac{9}{10} = 0.9 \qquad a_4 = \frac{3 \cdot 4}{3 \cdot 4 + 1} = \frac{12}{13}$$

Rješenje

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

a) monotonost

$$a_1 = \frac{3 \cdot 1}{3 \cdot 1 + 1} = \frac{3}{4} = 0.75 \qquad a_2 = \frac{3 \cdot 2}{3 \cdot 2 + 1} = \frac{6}{7} \approx 0.857$$

$$a_3 = \frac{3 \cdot 3}{3 \cdot 3 + 1} = \frac{9}{10} = 0.9 \qquad a_4 = \frac{3 \cdot 4}{3 \cdot 4 + 1} = \frac{12}{13} \approx 0.923$$

Rješenje

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

a) monotonost

$$a_1 = \frac{3 \cdot 1}{3 \cdot 1 + 1} = \frac{3}{4} = 0.75 \qquad a_2 = \frac{3 \cdot 2}{3 \cdot 2 + 1} = \frac{6}{7} \approx 0.857$$

$$a_3 = \frac{3 \cdot 3}{3 \cdot 3 + 1} = \frac{9}{10} = 0.9 \qquad a_4 = \frac{3 \cdot 4}{3 \cdot 4 + 1} = \frac{12}{13} \approx 0.923$$

- Uočavamo da vrijedi $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$.

Rješenje

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

a) monotonost

$$a_1 = \frac{3 \cdot 1}{3 \cdot 1 + 1} = \frac{3}{4} = 0.75 \qquad a_2 = \frac{3 \cdot 2}{3 \cdot 2 + 1} = \frac{6}{7} \approx 0.857$$

$$a_3 = \frac{3 \cdot 3}{3 \cdot 3 + 1} = \frac{9}{10} = 0.9 \qquad a_4 = \frac{3 \cdot 4}{3 \cdot 4 + 1} = \frac{12}{13} \approx 0.923$$

- Uočavamo da vrijedi $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$.
- Tvrdimo da je (a_n) strogo rastući niz, tj. da vrijedi

$$a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < \cdots < a_{k-1} < a_k < a_{k+1} < \cdots .$$

Rješenje

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

a) monotonost

$$a_1 = \frac{3 \cdot 1}{3 \cdot 1 + 1} = \frac{3}{4} = 0.75 \qquad a_2 = \frac{3 \cdot 2}{3 \cdot 2 + 1} = \frac{6}{7} \approx 0.857$$

$$a_3 = \frac{3 \cdot 3}{3 \cdot 3 + 1} = \frac{9}{10} = 0.9 \qquad a_4 = \frac{3 \cdot 4}{3 \cdot 4 + 1} = \frac{12}{13} \approx 0.923$$

- Uočavamo da vrijedi $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$.
- Tvrdimo da je (a_n) strogo rastući niz, tj. da vrijedi

$$a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < \cdots < a_{k-1} < a_k < a_{k+1} < \cdots .$$

- Moramo dokazati (ili opovrgnuti) da je $a_n < a_{n+1}$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$a_n < a_{n+1}$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

$$a_n < a_{n+1} \iff$$

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$a_n < a_{n+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1}$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

$$a_n < a_{n+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} <$$

$$a_n = \boxed{\dfrac{3n}{3n+1}}$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$a_n < a_{n+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \underline{\qquad\qquad\qquad}$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

$$a_n < a_{n+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3(n+1)}{}$$

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$a_n < a_{n+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3(n+1)}{3(n+1)+1}$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

$$a_n < a_{n+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3(n+1)}{3(n+1)+1} \iff$$

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$a_n < a_{n+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3(n+1)}{3(n+1)+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1}$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

$$a_n < a_{n+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3(n+1)}{3(n+1)+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} <$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

$$a_n < a_{n+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3(n+1)}{3(n+1)+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{}{}$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

$$a_n < a_{n+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3(n+1)}{3(n+1)+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3n+3}{}$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

$$a_n < a_{n+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3(n+1)}{3(n+1)+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3n+3}{3n+4}$$

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$a_n < a_{n+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3(n+1)}{3(n+1)+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3n+3}{3n+4} \Big/ \cdot (3n+1)(3n+4)$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

$$a_n < a_{n+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3(n+1)}{3(n+1)+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3n+3}{3n+4} \;\Big/ \cdot \overbrace{(3n+1)}^{>0}(3n+4)$$

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$a_n < a_{n+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3(n+1)}{3(n+1)+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3n+3}{3n+4} \Big/ \cdot \overbrace{(3n+1)}^{>0}\overbrace{(3n+4)}^{>0}$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

$$a_n < a_{n+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3(n+1)}{3(n+1)+1} \iff \qquad n \in \mathbb{N}$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3n+3}{3n+4} \Big/ \cdot \overbrace{(3n+1)}^{>0}\overbrace{(3n+4)}^{>0}$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

$$a_n < a_{n+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3(n+1)}{3(n+1)+1} \iff \qquad n \in \mathbb{N}$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3n+3}{3n+4} \Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(3n+1)}^{>0}\overbrace{(3n+4)}^{>0}}_{>0}$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

$$a_n < a_{n+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3(n+1)}{3(n+1)+1} \iff \qquad n \in \mathbb{N}$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3n+3}{3n+4} \Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(3n+1)}^{>0}\overbrace{(3n+4)}^{>0}}_{>0} \iff$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

$$a_n < a_{n+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3(n+1)}{3(n+1)+1} \iff \qquad n \in \mathbb{N}$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3n+3}{3n+4} \Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(3n+1)}^{>0}\overbrace{(3n+4)}^{>0}}_{>0} \iff$$

$$3n(3n+4)$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

$$a_n < a_{n+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3(n+1)}{3(n+1)+1} \iff \qquad n \in \mathbb{N}$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3n+3}{3n+4} \Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(3n+1)}^{>0}\overbrace{(3n+4)}^{>0}}_{>0} \iff$$

$$3n(3n+4) <$$

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$a_n < a_{n+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3(n+1)}{3(n+1)+1} \iff \qquad n \in \mathbb{N}$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3n+3}{3n+4} \;\Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(3n+1)}^{>0}\overbrace{(3n+4)}^{>0}}_{>0} \iff$$

$$3n(3n+4) < (3n+3)(3n+1)$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

$$a_n < a_{n+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3(n+1)}{3(n+1)+1} \iff \qquad n \in \mathbb{N}$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3n+3}{3n+4} \quad \Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(3n+1)}^{>0}\overbrace{(3n+4)}^{>0}}_{>0} \iff$$

$$3n(3n+4) < (3n+3)(3n+1) \iff$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

$$a_n < a_{n+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3(n+1)}{3(n+1)+1} \iff \qquad n \in \mathbb{N}$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3n+3}{3n+4} \Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(3n+1)}^{>0}\overbrace{(3n+4)}^{>0}}_{>0} \iff$$

$$3n(3n+4) < (3n+3)(3n+1) \iff$$

$$9n^2$$

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$a_n < a_{n+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3(n+1)}{3(n+1)+1} \iff \qquad n \in \mathbb{N}$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3n+3}{3n+4} \Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(3n+1)}^{>0}\overbrace{(3n+4)}^{>0}}_{>0} \iff$$

$$3n(3n+4) < (3n+3)(3n+1) \iff$$

$$9n^2 + 12n$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

$$a_n < a_{n+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3(n+1)}{3(n+1)+1} \iff$$

$$n \in \mathbb{N}$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3n+3}{3n+4} \quad \Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(3n+1)}^{>0}\overbrace{(3n+4)}^{>0}}_{>0} \iff$$

$$3n(3n+4) < (3n+3)(3n+1) \iff$$

$$9n^2 + 12n <$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

$$a_n < a_{n+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3(n+1)}{3(n+1)+1} \iff \qquad n \in \mathbb{N}$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3n+3}{3n+4} \Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(3n+1)}^{>0}\overbrace{(3n+4)}^{>0}}_{>0} \iff$$

$$3n(3n+4) < (3n+3)(3n+1) \iff$$

$$9n^2 + 12n < 9n^2$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

$$a_n < a_{n+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3(n+1)}{3(n+1)+1} \iff \qquad n \in \mathbb{N}$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3n+3}{3n+4} \Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(3n+1)}^{>0}\overbrace{(3n+4)}^{>0}}_{>0} \iff$$

$$3n(3n+4) < (3n+3)(3n+1) \iff$$

$$9n^2 + 12n < 9n^2 + 3n$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

$$a_n < a_{n+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3(n+1)}{3(n+1)+1} \iff$$

$$n \in \mathbb{N}$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3n+3}{3n+4} \;\Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(3n+1)}^{>0}\overbrace{(3n+4)}^{>0}}_{>0} \iff$$

$$3n(3n+4) < (3n+3)(3n+1) \iff$$

$$9n^2 + 12n < 9n^2 + 3n + 9n$$

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$a_n < a_{n+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3(n+1)}{3(n+1)+1} \iff \qquad n \in \mathbb{N}$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3n+3}{3n+4} \Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(3n+1)}^{>0}\overbrace{(3n+4)}^{>0}}_{>0} \iff$$

$$3n(3n+4) < (3n+3)(3n+1) \iff$$

$$9n^2 + 12n < 9n^2 + 3n + 9n + 3$$

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$a_n < a_{n+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3(n+1)}{3(n+1)+1} \iff$$

$n \in \mathbb{N}$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3n+3}{3n+4} \Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(3n+1)}^{>0}\overbrace{(3n+4)}^{>0}}_{>0} \iff$$

$$3n(3n+4) < (3n+3)(3n+1) \iff$$

$$9n^2 + 12n < 9n^2 + 3n + 9n + 3 \iff$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

$$a_n < a_{n+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3(n+1)}{3(n+1)+1} \iff \qquad n \in \mathbb{N}$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3n+3}{3n+4} \Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(3n+1)}^{>0}\overbrace{(3n+4)}^{>0}}_{>0} \iff$$

$$3n(3n+4) < (3n+3)(3n+1) \iff$$

$$9n^2 + 12n < 9n^2 + 3n + 9n + 3 \iff$$

$$0 < 3$$

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$a_n < a_{n+1} \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3(n+1)}{3(n+1)+1} \iff$$

$n \in \mathbb{N}$

$$\frac{3n}{3n+1} < \frac{3n+3}{3n+4} \;\Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(3n+1)}^{>0}\overbrace{(3n+4)}^{>0}}_{>0} \iff$$

$$3n(3n+4) < (3n+3)(3n+1) \iff$$

$$9n^2 + 12n < 9n^2 + 3n + 9n + 3 \iff$$

$$0 < 3$$

- Kako nejednakost $0 < 3$ vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$, zaključujemo da i početna pretpostavka $a_n < a_{n+1}$ vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- Pretpostavimo da niz (a_n) strogo raste.

$$
\begin{aligned}
a_n &< a_{n+1} \iff \\
\frac{3n}{3n+1} &< \frac{3(n+1)}{3(n+1)+1} \iff \qquad n \in \mathbb{N} \\
\frac{3n}{3n+1} &< \frac{3n+3}{3n+4} \;\Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(3n+1)}^{>0}\overbrace{(3n+4)}^{>0}}_{>0} \iff \\
3n(3n+4) &< (3n+3)(3n+1) \iff \\
9n^2+12n &< 9n^2+3n+9n+3 \iff \\
0 &< 3
\end{aligned}
$$

- Kako nejednakost $0 < 3$ vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$, zaključujemo da i početna pretpostavka $a_n < a_{n+1}$ vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$.
- Dakle, niz (a_n) zaista strogo raste.

omeđenost

$$a_n = \boxed{\dfrac{3n}{3n+1}}$$

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

omeđenost

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant a_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

omeđenost

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant a_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

omeđenost

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant a_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$a_n = \frac{\overbrace{3n}^{>0}}{3n+1}$$

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

omeđenost

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant a_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$a_n = \frac{\overbrace{3n}^{>0}}{3n+1}$$

$\boxed{a_n = \dfrac{3n}{3n+1}}$

omeđenost

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant a_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$a_n = \frac{\overbrace{3n}^{>0}}{\underbrace{3n+1}_{>0}}$$

omeđenost

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant a_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$a_n = \frac{\overbrace{3n}^{>0}}{\underbrace{3n+1}_{>0}}$$

omeđenost

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant a_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$a_n = \frac{\overbrace{3n}^{>0}}{\underbrace{3n+1}_{>0}} \geqslant 0$$

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

omeđenost

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant a_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$a_n = \frac{\overbrace{3n}^{>0}}{\underbrace{3n+1}_{>0}} \geqslant 0$$

- $m = 0$ je jedna donja međa niza (a_n).

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

omeđenost

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant a_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$a_n = \frac{\overbrace{3n}^{>0}}{\underbrace{3n+1}_{>0}} \geqslant 0$$

$$a_n \leqslant 1$$

- $m = 0$ je jedna donja međa niza (a_n).

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

omeđenost

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant a_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$a_n = \frac{\overbrace{3n}^{>0}}{\underbrace{3n+1}_{>0}} \geqslant 0$$

$$a_n \leqslant 1 \iff$$

- $m = 0$ je jedna donja međa niza (a_n).

omeđenost

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant a_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$a_n = \frac{\overbrace{3n}^{>0}}{\underbrace{3n+1}_{>0}} \geqslant 0$$

$$a_n \leqslant 1 \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} \leqslant 1$$

- $m = 0$ je jedna donja međa niza (a_n).

omeđenost

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant a_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$a_n = \frac{\overbrace{3n}^{>0}}{\underbrace{3n+1}_{>0}} \geqslant 0$$

$$a_n \leqslant 1 \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} \leqslant 1 \quad \Big/ \cdot (3n+1)$$

- $m = 0$ je jedna donja međa niza (a_n).

omeđenost

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant a_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$a_n = \frac{\overbrace{3n}^{>0}}{\underbrace{3n+1}_{>0}} \geqslant 0$$

$$a_n \leqslant 1 \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} \leqslant 1 \quad \Big/ \cdot \overbrace{(3n+1)}^{>0}$$

- $m = 0$ je jedna donja međa niza (a_n).

omeđenost

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant a_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$a_n = \frac{\overbrace{3n}^{>0}}{\underbrace{3n+1}_{>0}} \geqslant 0$$

$$a_n \leqslant 1 \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} \leqslant 1 \; \Big/ \cdot \overbrace{(3n+1)}^{>0}$$

- $m = 0$ je jedna donja međa niza (a_n).

omeđenost

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant a_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$a_n = \frac{\overbrace{3n}^{>0}}{\underbrace{3n+1}_{>0}} \geqslant 0$$

$$a_n \leqslant 1 \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} \leqslant 1 \;\Big/ \cdot \overbrace{(3n+1)}^{>0} \iff$$

- $m = 0$ je jedna donja međa niza (a_n).

omeđenost

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant a_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$a_n = \frac{\overbrace{3n}^{>0}}{\underbrace{3n+1}_{>0}} \geqslant 0$$

$$a_n \leqslant 1 \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} \leqslant 1 \;\Big/ \cdot \overbrace{(3n+1)}^{>0} \iff$$

$$3n \leqslant 3n+1$$

- $m = 0$ je jedna donja međa niza (a_n).

omeđenost

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant a_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$a_n = \frac{\overbrace{3n}^{>0}}{\underbrace{3n+1}_{>0}} \geqslant 0$$

$$a_n \leqslant 1 \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} \leqslant 1 \quad / \cdot \overbrace{(3n+1)}^{>0} \iff$$

$$3n \leqslant 3n+1 \iff$$

- $m = 0$ je jedna donja međa niza (a_n).

omeđenost

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant a_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$a_n = \frac{\overbrace{3n}^{>0}}{\underbrace{3n+1}_{>0}} \geqslant 0$$

$$a_n \leqslant 1 \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} \leqslant 1 \quad / \cdot \overbrace{(3n+1)}^{>0} \iff$$

$$3n \leqslant 3n+1 \iff$$

$$0 \leqslant 1$$

- $m = 0$ je jedna donja međa niza (a_n).

omeđenost

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant a_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$a_n = \frac{\overbrace{3n}^{>0}}{\underbrace{3n+1}_{>0}} \geqslant 0$$

$$a_n \leqslant 1 \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} \leqslant 1 \ \Big/ \cdot \overbrace{(3n+1)}^{>0} \iff$$

$$3n \leqslant 3n+1 \iff$$

$$0 \leqslant 1$$

- $m = 0$ je jedna donja međa niza (a_n).

Nejednakost $0 \leqslant 1$ vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$. Stoga početna pretpostavka $a_n \leqslant 1$ vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$.

omeđenost

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant a_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$a_n = \frac{\overbrace{3n}^{>0}}{\underbrace{3n+1}_{>0}} \geqslant 0$$

$$a_n \leqslant 1 \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} \leqslant 1 \ \Big/ \cdot \overbrace{(3n+1)}^{>0} \iff$$

$$3n \leqslant 3n+1 \iff$$

$$0 \leqslant 1$$

- $m = 0$ je jedna donja međa niza (a_n).

Nejednakost $0 \leqslant 1$ vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$. Stoga početna pretpostavka $a_n \leqslant 1$ vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$.

- $M = 1$ je jedna gornja međa niza (a_n).

omeđenost

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant a_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$a_n = \frac{\overbrace{3n}^{>0}}{\underbrace{3n+1}_{>0}} \geqslant 0$$

$$a_n \leqslant 1 \iff$$

$$\frac{3n}{3n+1} \leqslant 1 \quad / \cdot \overbrace{(3n+1)}^{>0} \iff$$

$$3n \leqslant 3n+1 \iff$$

$$0 \leqslant 1$$

- $m = 0$ je jedna donja međa niza (a_n).

Nejednakost $0 \leqslant 1$ vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$. Stoga početna pretpostavka $a_n \leqslant 1$ vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$.

- $M = 1$ je jedna gornja međa niza (a_n).

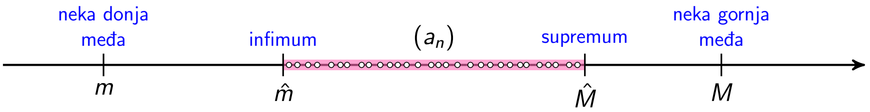
- Niz (a_n) je omeđen jer je omeđen odozdo i odozgo.

Napomena

- Svaki odozdo omeđeni niz realnih brojeva (a_n) ima beskonačno mnogo donjih međi.
- Skup svih donjih međi odozdo omeđenog niza (a_n) ima najveći element koji zovemo **najveća donja međa** ili **infimum** niza (a_n).
- Svaki odozgo omeđeni niz realnih brojeva (a_n) ima beskonačno mnogo gornjih međi.
- Skup svih gornjih međi odozgo omeđenog niza (a_n) ima najmanji element koji zovemo **najmanja gornja međa** ili **supremum** niza (a_n).

Napomena

- $\hat{m} \in \mathbb{R}$ je infimum niza (a_n) ako vrijedi:
  - ✏ $\hat{m}$ je donja međa niza (a_n): $(\forall n \in \mathbb{N})(a_n \geqslant \hat{m})$
  - ✏ za svaki $\varepsilon > 0$ interval $[\hat{m}, \hat{m} + \varepsilon\rangle$ sadrži barem jednog člana niza (a_n)
- $\hat{M} \in \mathbb{R}$ je supremum niza (a_n) ako vrijedi:
  - ✏ $\hat{M}$ je gornja međa niza (a_n): $(\forall n \in \mathbb{N})(a_n \leqslant \hat{M})$
  - ✏ za svaki $\varepsilon > 0$ interval $\langle \hat{M} - \varepsilon, \hat{M}]$ sadrži barem jednog člana niza (a_n)



$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- $m = 0$ je donja međa niza (a_n), ali nije njegova najveća donja međa.

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- $m = 0$ je donja međa niza (a_n), ali nije njegova najveća donja međa.
- Niz (a_n) strogo raste pa je njegova najveća donja međa jednaka prvom članu tog niza, tj. $\hat{m} = a_1 = \frac{3}{4}$.

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- $m = 0$ je donja međa niza (a_n), ali nije njegova najveća donja međa.
- Niz (a_n) strogo raste pa je njegova najveća donja međa jednaka prvom članu tog niza, tj. $\hat{m} = a_1 = \frac{3}{4}$.
- $M = 1$ je gornja međa niza (a_n), ali je ujedno i njegova najmanja gornja međa, tj. $\hat{M} = 1$.

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- $m = 0$ je donja međa niza (a_n), ali nije njegova najveća donja međa.
- Niz (a_n) strogo raste pa je njegova najveća donja međa jednaka prvom članu tog niza, tj. $\hat{m} = a_1 = \frac{3}{4}$.
- $M = 1$ je gornja međa niza (a_n), ali je ujedno i njegova najmanja gornja međa, tj. $\hat{M} = 1$.
- Niz (a_n) je odozgo omeđeni i monotoni niz pa je konvergentan. Stoga se njegova najmanja gornja međa podudara s limesom toga niza.

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- $m = 0$ je donja međa niza (a_n), ali nije njegova najveća donja međa.
- Niz (a_n) strogo raste pa je njegova najveća donja međa jednaka prvom članu tog niza, tj. $\hat{m} = a_1 = \frac{3}{4}$.
- $M = 1$ je gornja međa niza (a_n), ali je ujedno i njegova najmanja gornja međa, tj. $\hat{M} = 1$.
- Niz (a_n) je odozgo omeđeni i monotoni niz pa je konvergentan. Stoga se njegova najmanja gornja međa podudara s limesom toga niza.

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{3n}{3n+1} =$$

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- $m = 0$ je donja međa niza (a_n), ali nije njegova najveća donja međa.
- Niz (a_n) strogo raste pa je njegova najveća donja međa jednaka prvom članu tog niza, tj. $\hat{m} = a_1 = \frac{3}{4}$.
- $M = 1$ je gornja međa niza (a_n), ali je ujedno i njegova najmanja gornja međa, tj. $\hat{M} = 1$.
- Niz (a_n) je odozgo omeđeni i monotoni niz pa je konvergentan. Stoga se njegova najmanja gornja međa podudara s limesom toga niza.

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{3n}{3n+1} = \lim_{n\to+\infty} \frac{}{}$$

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

- $m = 0$ je donja međa niza (a_n), ali nije njegova najveća donja međa.
- Niz (a_n) strogo raste pa je njegova najveća donja međa jednaka prvom članu tog niza, tj. $\hat{m} = a_1 = \frac{3}{4}$.
- $M = 1$ je gornja međa niza (a_n), ali je ujedno i njegova najmanja gornja međa, tj. $\hat{M} = 1$.
- Niz (a_n) je odozgo omeđeni i monotoni niz pa je konvergentan. Stoga se njegova najmanja gornja međa podudara s limesom toga niza.

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{3n}{3n+1} = \lim_{n\to+\infty} \frac{}{3n+1}$$

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

- $m = 0$ je donja međa niza (a_n), ali nije njegova najveća donja međa.
- Niz (a_n) strogo raste pa je njegova najveća donja međa jednaka prvom članu tog niza, tj. $\hat{m} = a_1 = \frac{3}{4}$.
- $M = 1$ je gornja međa niza (a_n), ali je ujedno i njegova najmanja gornja međa, tj. $\hat{M} = 1$.
- Niz (a_n) je odozgo omeđeni i monotoni niz pa je konvergentan. Stoga se njegova najmanja gornja međa podudara s limesom toga niza.

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{3n}{3n+1} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(3n+1)}{3n+1}$$

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- $m = 0$ je donja međa niza (a_n), ali nije njegova najveća donja međa.
- Niz (a_n) strogo raste pa je njegova najveća donja međa jednaka prvom članu tog niza, tj. $\hat{m} = a_1 = \frac{3}{4}$.
- $M = 1$ je gornja međa niza (a_n), ali je ujedno i njegova najmanja gornja međa, tj. $\hat{M} = 1$.
- Niz (a_n) je odozgo omeđeni i monotoni niz pa je konvergentan. Stoga se njegova najmanja gornja međa podudara s limesom toga niza.

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{3n}{3n+1} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(3n+1)-1}{3n+1}$$

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- $m = 0$ je donja međa niza (a_n), ali nije njegova najveća donja međa.
- Niz (a_n) strogo raste pa je njegova najveća donja međa jednaka prvom članu tog niza, tj. $\hat{m} = a_1 = \frac{3}{4}$.
- $M = 1$ je gornja međa niza (a_n), ali je ujedno i njegova najmanja gornja međa, tj. $\hat{M} = 1$.
- Niz (a_n) je odozgo omeđeni i monotoni niz pa je konvergentan. Stoga se njegova najmanja gornja međa podudara s limesom toga niza.

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{3n}{3n+1} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(3n+1)-1}{3n+1} = \lim_{n\to+\infty} \Bigg(\qquad\qquad \Bigg)$$

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

- $m = 0$ je donja međa niza (a_n), ali nije njegova najveća donja međa.
- Niz (a_n) strogo raste pa je njegova najveća donja međa jednaka prvom članu tog niza, tj. $\hat{m} = a_1 = \frac{3}{4}$.
- $M = 1$ je gornja međa niza (a_n), ali je ujedno i njegova najmanja gornja međa, tj. $\hat{M} = 1$.
- Niz (a_n) je odozgo omeđeni i monotoni niz pa je konvergentan. Stoga se njegova najmanja gornja međa podudara s limesom toga niza.

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{3n}{3n+1} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(3n+1)-1}{3n+1} = \lim_{n\to+\infty} \left(1 \qquad\qquad\right)$$

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- $m = 0$ je donja međa niza (a_n), ali nije njegova najveća donja međa.
- Niz (a_n) strogo raste pa je njegova najveća donja međa jednaka prvom članu tog niza, tj. $\hat{m} = a_1 = \frac{3}{4}$.
- $M = 1$ je gornja međa niza (a_n), ali je ujedno i njegova najmanja gornja međa, tj. $\hat{M} = 1$.
- Niz (a_n) je odozgo omeđeni i monotoni niz pa je konvergentan. Stoga se njegova najmanja gornja međa podudara s limesom toga niza.

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{3n}{3n+1} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(3n+1)-1}{3n+1} = \lim_{n\to+\infty} \left(1 - \qquad\quad \right)$$

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- $m = 0$ je donja međa niza (a_n), ali nije njegova najveća donja međa.
- Niz (a_n) strogo raste pa je njegova najveća donja međa jednaka prvom članu tog niza, tj. $\hat{m} = a_1 = \frac{3}{4}$.
- $M = 1$ je gornja međa niza (a_n), ali je ujedno i njegova najmanja gornja međa, tj. $\hat{M} = 1$.
- Niz (a_n) je odozgo omeđeni i monotoni niz pa je konvergentan. Stoga se njegova najmanja gornja međa podudara s limesom toga niza.

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{3n}{3n+1} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(3n+1)-1}{3n+1} = \lim_{n\to+\infty} \left(1 - \frac{1}{3n+1}\right)$$

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

- $m = 0$ je donja međa niza (a_n), ali nije njegova najveća donja međa.
- Niz (a_n) strogo raste pa je njegova najveća donja međa jednaka prvom članu tog niza, tj. $\hat{m} = a_1 = \frac{3}{4}$.
- $M = 1$ je gornja međa niza (a_n), ali je ujedno i njegova najmanja gornja međa, tj. $\hat{M} = 1$.
- Niz (a_n) je odozgo omeđeni i monotoni niz pa je konvergentan. Stoga se njegova najmanja gornja međa podudara s limesom toga niza.

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{3n}{3n+1} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(3n+1)-1}{3n+1} = \lim_{n\to+\infty} \left(1 - \frac{1}{3n+1}\right) =$$

$$=$$

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- $m = 0$ je donja međa niza (a_n), ali nije njegova najveća donja međa.
- Niz (a_n) strogo raste pa je njegova najveća donja međa jednaka prvom članu tog niza, tj. $\hat{m} = a_1 = \frac{3}{4}$.
- $M = 1$ je gornja međa niza (a_n), ali je ujedno i njegova najmanja gornja međa, tj. $\hat{M} = 1$.
- Niz (a_n) je odozgo omeđeni i monotoni niz pa je konvergentan. Stoga se njegova najmanja gornja međa podudara s limesom toga niza.

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{3n}{3n+1} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(3n+1)-1}{3n+1} = \lim_{n\to+\infty} \left(1 - \frac{1}{3n+1}\right) =$$

$$= 1$$

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- $m = 0$ je donja međa niza (a_n), ali nije njegova najveća donja međa.
- Niz (a_n) strogo raste pa je njegova najveća donja međa jednaka prvom članu tog niza, tj. $\hat{m} = a_1 = \frac{3}{4}$.
- $M = 1$ je gornja međa niza (a_n), ali je ujedno i njegova najmanja gornja međa, tj. $\hat{M} = 1$.
- Niz (a_n) je odozgo omeđeni i monotoni niz pa je konvergentan. Stoga se njegova najmanja gornja međa podudara s limesom toga niza.

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{3n}{3n+1} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(3n+1)-1}{3n+1} = \lim_{n\to+\infty} \left(1 - \frac{1}{3n+1}\right) =$$

$$= 1 -$$

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- $m = 0$ je donja međa niza (a_n), ali nije njegova najveća donja međa.
- Niz (a_n) strogo raste pa je njegova najveća donja međa jednaka prvom članu tog niza, tj. $\hat{m} = a_1 = \frac{3}{4}$.
- $M = 1$ je gornja međa niza (a_n), ali je ujedno i njegova najmanja gornja međa, tj. $\hat{M} = 1$.
- Niz (a_n) je odozgo omeđeni i monotoni niz pa je konvergentan. Stoga se njegova najmanja gornja međa podudara s limesom toga niza.

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{3n}{3n+1} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(3n+1)-1}{3n+1} = \lim_{n\to+\infty} \left(1 - \frac{1}{3n+1}\right) =$$

$$= 1 - \frac{}{}$$

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- $m = 0$ je donja međa niza (a_n), ali nije njegova najveća donja međa.
- Niz (a_n) strogo raste pa je njegova najveća donja međa jednaka prvom članu tog niza, tj. $\hat{m} = a_1 = \frac{3}{4}$.
- $M = 1$ je gornja međa niza (a_n), ali je ujedno i njegova najmanja gornja međa, tj. $\hat{M} = 1$.
- Niz (a_n) je odozgo omeđeni i monotoni niz pa je konvergentan. Stoga se njegova najmanja gornja međa podudara s limesom toga niza.

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{3n}{3n+1} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(3n+1)-1}{3n+1} = \lim_{n\to+\infty} \left(1 - \frac{1}{3n+1}\right) =$$

$$= 1 - \frac{1}{}$$

$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- $m = 0$ je donja međa niza (a_n), ali nije njegova najveća donja međa.
- Niz (a_n) strogo raste pa je njegova najveća donja međa jednaka prvom članu tog niza, tj. $\hat{m} = a_1 = \frac{3}{4}$.
- $M = 1$ je gornja međa niza (a_n), ali je ujedno i njegova najmanja gornja međa, tj. $\hat{M} = 1$.
- Niz (a_n) je odozgo omeđeni i monotoni niz pa je konvergentan. Stoga se njegova najmanja gornja međa podudara s limesom toga niza.

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{3n}{3n+1} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(3n+1)-1}{3n+1} = \lim_{n\to+\infty} \left(1 - \frac{1}{3n+1}\right) =$$

$$= 1 - \frac{1}{+\infty}$$

$$\boxed{a_n = \frac{3n}{3n+1}}$$

- $m = 0$ je donja međa niza (a_n), ali nije njegova najveća donja međa.
- Niz (a_n) strogo raste pa je njegova najveća donja međa jednaka prvom članu tog niza, tj. $\hat{m} = a_1 = \frac{3}{4}$.
- $M = 1$ je gornja međa niza (a_n), ali je ujedno i njegova najmanja gornja međa, tj. $\hat{M} = 1$.
- Niz (a_n) je odozgo omeđeni i monotoni niz pa je konvergentan. Stoga se njegova najmanja gornja međa podudara s limesom toga niza.

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{3n}{3n+1} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(3n+1)-1}{3n+1} = \lim_{n\to+\infty} \left(1 - \frac{1}{3n+1}\right) =$$

$$= 1 - \frac{1}{+\infty} = 1 - 0$$

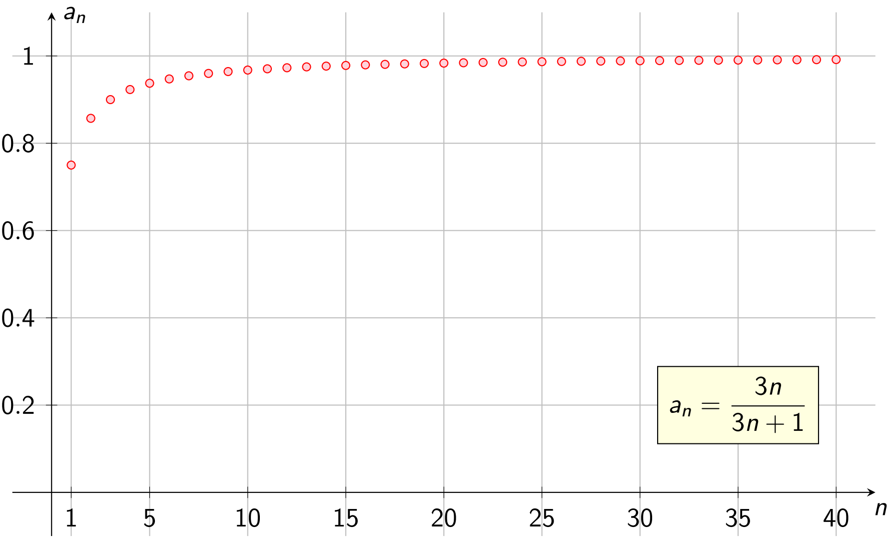
$$a_n = \frac{3n}{3n+1}$$

- $m = 0$ je donja međa niza (a_n), ali nije njegova najveća donja međa.
- Niz (a_n) strogo raste pa je njegova najveća donja međa jednaka prvom članu tog niza, tj. $\hat{m} = a_1 = \frac{3}{4}$.
- $M = 1$ je gornja međa niza (a_n), ali je ujedno i njegova najmanja gornja međa, tj. $\hat{M} = 1$.
- Niz (a_n) je odozgo omeđeni i monotoni niz pa je konvergentan. Stoga se njegova najmanja gornja međa podudara s limesom toga niza.

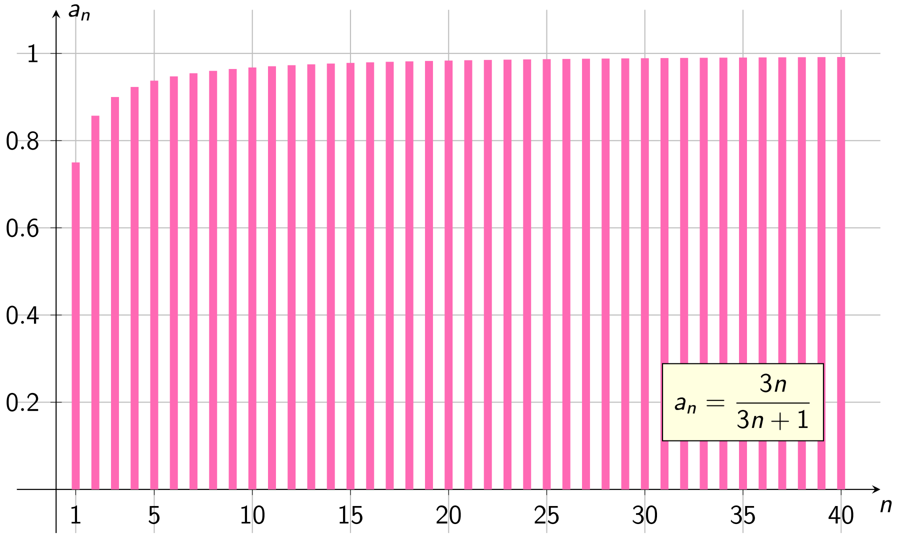
$$\lim_{n\to+\infty} \frac{3n}{3n+1} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(3n+1)-1}{3n+1} = \lim_{n\to+\infty} \left(1 - \frac{1}{3n+1}\right) =$$

$$= 1 - \frac{1}{+\infty} = 1 - 0 = 1$$

Niz (a_n) – dijagram točkama



Niz (a_n) – uspravni stupci



- Generiranje prvih 70 članova niza (a_n) u `python` programskom jeziku (članovi niza su zaokruženi na 5 decimala)

```
[round(3*n/(3*n+1),5) for n in range(1,71)]
```

```
[0.75,    0.85714, 0.9,     0.92308, 0.9375,  0.94737, 0.95455,
 0.96,    0.96429, 0.96774, 0.97059, 0.97297, 0.975,   0.97674,
 0.97826, 0.97959, 0.98077, 0.98182, 0.98276, 0.98361, 0.98438,
 0.98507, 0.98571, 0.9863,  0.98684, 0.98734, 0.9878,  0.98824,
 0.98864, 0.98901, 0.98936, 0.98969, 0.99,    0.99029, 0.99057,
 0.99083, 0.99107, 0.9913,  0.99153, 0.99174, 0.99194, 0.99213,
 0.99231, 0.99248, 0.99265, 0.99281, 0.99296, 0.9931,  0.99324,
 0.99338, 0.99351, 0.99363, 0.99375, 0.99387, 0.99398, 0.99408,
 0.99419, 0.99429, 0.99438, 0.99448, 0.99457, 0.99465, 0.99474,
 0.99482, 0.9949,  0.99497, 0.99505, 0.99512, 0.99519, 0.99526]
```

b) $\boxed{\text{monotonost}}$

$$\boxed{b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}}$$

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

b) monotonost

$b_1 =$

$$\boxed{b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}}$$

b) $\boxed{\text{monotonost}}$

$$b_1 = \frac{(-1)^1 \cdot 6}{1}$$

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

b) monotonost

$$b_1 = \frac{(-1)^1 \cdot 6}{1} = -6$$

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

b) monotonost

$$b_1 = \frac{(-1)^1 \cdot 6}{1} = -6$$

$$b_2 =$$

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

b) monotonost

$$b_1 = \frac{(-1)^1 \cdot 6}{1} = -6$$

$$b_2 = \frac{(-1)^2 \cdot 6}{2}$$

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

b) monotonost

$$b_1 = \frac{(-1)^1 \cdot 6}{1} = -6 \qquad b_2 = \frac{(-1)^2 \cdot 6}{2} = 3$$

$$\boxed{b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}}$$

b) monotonost

$$b_1 = \frac{(-1)^1 \cdot 6}{1} = -6 \qquad b_2 = \frac{(-1)^2 \cdot 6}{2} = 3$$

$$b_3 =$$

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

b) monotonost

$$b_1 = \frac{(-1)^1 \cdot 6}{1} = -6$$

$$b_2 = \frac{(-1)^2 \cdot 6}{2} = 3$$

$$b_3 = \frac{(-1)^3 \cdot 6}{3}$$

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

b) monotonost

$$b_1 = \frac{(-1)^1 \cdot 6}{1} = -6 \qquad b_2 = \frac{(-1)^2 \cdot 6}{2} = 3$$

$$b_3 = \frac{(-1)^3 \cdot 6}{3} = -2$$

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

b) monotonost

$$b_1 = \frac{(-1)^1 \cdot 6}{1} = -6$$

$$b_2 = \frac{(-1)^2 \cdot 6}{2} = 3$$

$$b_3 = \frac{(-1)^3 \cdot 6}{3} = -2$$

$$b_4 =$$

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

b) monotonost

$$b_1 = \frac{(-1)^1 \cdot 6}{1} = -6 \qquad b_2 = \frac{(-1)^2 \cdot 6}{2} = 3$$

$$b_3 = \frac{(-1)^3 \cdot 6}{3} = -2 \qquad b_4 = \frac{(-1)^4 \cdot 6}{4}$$

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

b) monotonost

$$b_1 = \frac{(-1)^1 \cdot 6}{1} = -6 \qquad b_2 = \frac{(-1)^2 \cdot 6}{2} = 3$$

$$b_3 = \frac{(-1)^3 \cdot 6}{3} = -2 \qquad b_4 = \frac{(-1)^4 \cdot 6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

b) monotonost

$$b_1 = \frac{(-1)^1 \cdot 6}{1} = -6 \qquad b_2 = \frac{(-1)^2 \cdot 6}{2} = 3$$

$$b_3 = \frac{(-1)^3 \cdot 6}{3} = -2 \qquad b_4 = \frac{(-1)^4 \cdot 6}{4} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$\boxed{b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}}$$

b) monotonost

$$b_1 = \frac{(-1)^1 \cdot 6}{1} = -6 \qquad b_2 = \frac{(-1)^2 \cdot 6}{2} = 3$$

$$b_3 = \frac{(-1)^3 \cdot 6}{3} = -2 \qquad b_4 = \frac{(-1)^4 \cdot 6}{4} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$b_5 =$$

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

b) monotonost

$$b_1 = \frac{(-1)^1 \cdot 6}{1} = -6 \qquad b_2 = \frac{(-1)^2 \cdot 6}{2} = 3$$

$$b_3 = \frac{(-1)^3 \cdot 6}{3} = -2 \qquad b_4 = \frac{(-1)^4 \cdot 6}{4} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$b_5 = \frac{(-1)^5 \cdot 6}{5}$$

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

b) monotonost

$$b_1 = \frac{(-1)^1 \cdot 6}{1} = -6 \qquad b_2 = \frac{(-1)^2 \cdot 6}{2} = 3$$

$$b_3 = \frac{(-1)^3 \cdot 6}{3} = -2 \qquad b_4 = \frac{(-1)^4 \cdot 6}{4} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$b_5 = \frac{(-1)^5 \cdot 6}{5} = -\frac{6}{5}$$

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

b) monotonost

$$b_1 = \frac{(-1)^1 \cdot 6}{1} = -6$$

$$b_2 = \frac{(-1)^2 \cdot 6}{2} = 3$$

$$b_3 = \frac{(-1)^3 \cdot 6}{3} = -2$$

$$b_4 = \frac{(-1)^4 \cdot 6}{4} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$b_5 = \frac{(-1)^5 \cdot 6}{5} = -\frac{6}{5} = -1.2$$

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

b) monotonost

$$b_1 = \frac{(-1)^1 \cdot 6}{1} = -6 \qquad b_2 = \frac{(-1)^2 \cdot 6}{2} = 3$$

$$b_3 = \frac{(-1)^3 \cdot 6}{3} = -2 \qquad b_4 = \frac{(-1)^4 \cdot 6}{4} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$b_5 = \frac{(-1)^5 \cdot 6}{5} = -\frac{6}{5} = -1.2 \qquad b_6 =$$

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

b) monotonost

$$b_1 = \frac{(-1)^1 \cdot 6}{1} = -6 \qquad b_2 = \frac{(-1)^2 \cdot 6}{2} = 3$$

$$b_3 = \frac{(-1)^3 \cdot 6}{3} = -2 \qquad b_4 = \frac{(-1)^4 \cdot 6}{4} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$b_5 = \frac{(-1)^5 \cdot 6}{5} = -\frac{6}{5} = -1.2 \qquad b_6 = \frac{(-1)^6 \cdot 6}{6}$$

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

b) monotonost

$$b_1 = \frac{(-1)^1 \cdot 6}{1} = -6 \qquad b_2 = \frac{(-1)^2 \cdot 6}{2} = 3$$

$$b_3 = \frac{(-1)^3 \cdot 6}{3} = -2 \qquad b_4 = \frac{(-1)^4 \cdot 6}{4} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$b_5 = \frac{(-1)^5 \cdot 6}{5} = -\frac{6}{5} = -1.2 \qquad b_6 = \frac{(-1)^6 \cdot 6}{6} = 1$$

$$\boxed{b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}}$$

b) $\boxed{\text{monotonost}}$

$$b_1 = \frac{(-1)^1 \cdot 6}{1} = -6 \qquad b_2 = \frac{(-1)^2 \cdot 6}{2} = 3$$

$$b_3 = \frac{(-1)^3 \cdot 6}{3} = -2 \qquad b_4 = \frac{(-1)^4 \cdot 6}{4} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$b_5 = \frac{(-1)^5 \cdot 6}{5} = -\frac{6}{5} = -1.2 \qquad b_6 = \frac{(-1)^6 \cdot 6}{6} = 1$$

$$-6,\ 3,\ -2,\ 1.5,\ -1.2,\ 1,\ \ldots$$

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

b) monotonost

$$b_1 = \frac{(-1)^1 \cdot 6}{1} = -6 \qquad b_2 = \frac{(-1)^2 \cdot 6}{2} = 3$$

$$b_3 = \frac{(-1)^3 \cdot 6}{3} = -2 \qquad b_4 = \frac{(-1)^4 \cdot 6}{4} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$b_5 = \frac{(-1)^5 \cdot 6}{5} = -\frac{6}{5} = -1.2 \qquad b_6 = \frac{(-1)^6 \cdot 6}{6} = 1$$

$$\underline{\underline{-6,\ 3,}}\ -2,\ 1.5,\ -1.2,\ 1,\ \ldots$$

- $b_1 < b_2$

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

b) monotonost

$$b_1 = \frac{(-1)^1 \cdot 6}{1} = -6 \qquad b_2 = \frac{(-1)^2 \cdot 6}{2} = 3$$

$$b_3 = \frac{(-1)^3 \cdot 6}{3} = -2 \qquad b_4 = \frac{(-1)^4 \cdot 6}{4} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$b_5 = \frac{(-1)^5 \cdot 6}{5} = -\frac{6}{5} = -1.2 \qquad b_6 = \frac{(-1)^6 \cdot 6}{6} = 1$$

$$-6,\ 3,\ -2,\ 1.5,\ -1.2,\ 1,\ \ldots$$

- $b_1 < b_2 \longrightarrow (b_n)$ nije padajući niz

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

b) monotonost

$$b_1 = \frac{(-1)^1 \cdot 6}{1} = -6 \qquad b_2 = \frac{(-1)^2 \cdot 6}{2} = 3$$

$$b_3 = \frac{(-1)^3 \cdot 6}{3} = -2 \qquad b_4 = \frac{(-1)^4 \cdot 6}{4} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$b_5 = \frac{(-1)^5 \cdot 6}{5} = -\frac{6}{5} = -1.2 \qquad b_6 = \frac{(-1)^6 \cdot 6}{6} = 1$$

$$-6,\ \underline{\underline{3,\ -2,}}\ 1.5,\ -1.2,\ 1,\ \ldots$$

- $b_1 < b_2 \longrightarrow (b_n)$ nije padajući niz
- $b_2 > b_3$

$$\boxed{b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}}$$

b) monotonost

$$b_1 = \frac{(-1)^1 \cdot 6}{1} = -6 \qquad b_2 = \frac{(-1)^2 \cdot 6}{2} = 3$$

$$b_3 = \frac{(-1)^3 \cdot 6}{3} = -2 \qquad b_4 = \frac{(-1)^4 \cdot 6}{4} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$b_5 = \frac{(-1)^5 \cdot 6}{5} = -\frac{6}{5} = -1.2 \qquad b_6 = \frac{(-1)^6 \cdot 6}{6} = 1$$

$$-6,\ 3,\ -2,\ 1.5,\ -1.2,\ 1,\ \ldots$$

- $b_1 < b_2 \longrightarrow (b_n)$ nije padajući niz
- $b_2 > b_3 \longrightarrow (b_n)$ nije rastući niz

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

b) monotonost

$$b_1 = \frac{(-1)^1 \cdot 6}{1} = -6 \qquad b_2 = \frac{(-1)^2 \cdot 6}{2} = 3$$

$$b_3 = \frac{(-1)^3 \cdot 6}{3} = -2 \qquad b_4 = \frac{(-1)^4 \cdot 6}{4} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$b_5 = \frac{(-1)^5 \cdot 6}{5} = -\frac{6}{5} = -1.2 \qquad b_6 = \frac{(-1)^6 \cdot 6}{6} = 1$$

$$-6,\ 3,\ -2,\ 1.5,\ -1.2,\ 1,\ \ldots$$

- $b_1 < b_2 \longrightarrow (b_n)$ nije padajući niz
- $b_2 > b_3 \longrightarrow (b_n)$ nije rastući niz
- Dakle, (b_n) nije monoton niz.

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

omeđenost

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant b_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

omeđenost

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant b_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

omeđenost

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant b_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n} = \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right.$$

$$(-1)^1 = (-1)^3 = (-1)^5 = \cdots = -1$$

$$\boxed{b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}}$$

omeđenost

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant b_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n} = \left\{ \right.$$

$$(-1)^1 = (-1)^3 = (-1)^5 = \cdots = -1$$

$$\boxed{b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}}$$

omeđenost

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant b_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n} = \begin{cases} -\dfrac{6}{n}, & \text{ako je } n \text{ neparan} \\ & \end{cases}$$

omeđenost

$$(-1)^1 = (-1)^3 = (-1)^5 = \cdots = -1$$

$$(-1)^2 = (-1)^4 = (-1)^6 = \cdots = 1$$

$$\boxed{b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant b_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n} = \begin{cases} -\dfrac{6}{n}, & \text{ako je } n \text{ neparan} \\ & \end{cases}$$

$$(-1)^1 = (-1)^3 = (-1)^5 = \cdots = -1$$

omeđenost

$$(-1)^2 = (-1)^4 = (-1)^6 = \cdots = 1$$

$$\boxed{b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant b_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n} = \begin{cases} -\dfrac{6}{n}, & \text{ako je } n \text{ neparan} \\ \dfrac{6}{n}, & \text{ako je } n \text{ paran} \end{cases}$$

omeđenost

$$(-1)^1 = (-1)^3 = (-1)^5 = \cdots = -1$$

$$(-1)^2 = (-1)^4 = (-1)^6 = \cdots = 1$$

$$\boxed{b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant b_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n} = \begin{cases} -\dfrac{6}{n}, & \text{ako je } n \text{ neparan} \\ \dfrac{6}{n}, & \text{ako je } n \text{ paran} \end{cases}$$

- Dakle, $|b_n| = \dfrac{6}{n}$.

omeđenost

$$(-1)^1 = (-1)^3 = (-1)^5 = \cdots = -1$$
$$(-1)^2 = (-1)^4 = (-1)^6 = \cdots = 1$$

$$\boxed{b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant b_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n} = \begin{cases} -\dfrac{6}{n}, & \text{ako je } n \text{ neparan} \\ \dfrac{6}{n}, & \text{ako je } n \text{ paran} \end{cases}$$

- Dakle, $|b_n| = \dfrac{6}{n}$.
- Tvrdimo da je $|b_n| \leqslant 6$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

omeđenost

$$(-1)^1 = (-1)^3 = (-1)^5 = \cdots = -1$$
$$(-1)^2 = (-1)^4 = (-1)^6 = \cdots = 1$$

$$\boxed{b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant b_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n} = \begin{cases} -\dfrac{6}{n}, & \text{ako je } n \text{ neparan} \\ \dfrac{6}{n}, & \text{ako je } n \text{ paran} \end{cases}$$

- Dakle, $|b_n| = \dfrac{6}{n}$.
- Tvrdimo da je $|b_n| \leqslant 6$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$|b_n| \leqslant 6$$

$$(-1)^1 = (-1)^3 = (-1)^5 = \cdots = -1$$

omeđenost

$$(-1)^2 = (-1)^4 = (-1)^6 = \cdots = 1$$

$$\boxed{b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant b_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n} = \begin{cases} -\dfrac{6}{n}, & \text{ako je } n \text{ neparan} \\ \dfrac{6}{n}, & \text{ako je } n \text{ paran} \end{cases}$$

- Dakle, $|b_n| = \dfrac{6}{n}$.
- Tvrdimo da je $|b_n| \leqslant 6$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$|b_n| \leqslant 6 \iff$$

omeđenost

$$(-1)^1 = (-1)^3 = (-1)^5 = \cdots = -1$$
$$(-1)^2 = (-1)^4 = (-1)^6 = \cdots = 1$$

$$\boxed{b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant b_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n} = \begin{cases} -\dfrac{6}{n}, & \text{ako je } n \text{ neparan} \\ \dfrac{6}{n}, & \text{ako je } n \text{ paran} \end{cases}$$

- Dakle, $|b_n| = \dfrac{6}{n}$.
- Tvrdimo da je $|b_n| \leqslant 6$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$|b_n| \leqslant 6 \iff \frac{6}{n} \leqslant 6$$

omeđenost

$$(-1)^1 = (-1)^3 = (-1)^5 = \cdots = -1$$
$$(-1)^2 = (-1)^4 = (-1)^6 = \cdots = 1$$

$$\boxed{b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant b_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n} = \begin{cases} -\dfrac{6}{n}, & \text{ako je } n \text{ neparan} \\ \dfrac{6}{n}, & \text{ako je } n \text{ paran} \end{cases}$$

- Dakle, $|b_n| = \dfrac{6}{n}$.
- Tvrdimo da je $|b_n| \leqslant 6$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$|b_n| \leqslant 6 \iff \frac{6}{n} \leqslant 6 \,\Big/ \cdot n$$

omeđenost

$$(-1)^1 = (-1)^3 = (-1)^5 = \cdots = -1$$
$$(-1)^2 = (-1)^4 = (-1)^6 = \cdots = 1$$

$$\boxed{b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant b_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n} = \begin{cases} -\dfrac{6}{n}, & \text{ako je } n \text{ neparan} \\ \dfrac{6}{n}, & \text{ako je } n \text{ paran} \end{cases}$$

- Dakle, $|b_n| = \dfrac{6}{n}$.
- Tvrdimo da je $|b_n| \leqslant 6$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$|b_n| \leqslant 6 \iff \frac{6}{n} \leqslant 6 \,\Big/ \cdot \underbrace{n}_{>0}$$

omeđenost

$$(-1)^1 = (-1)^3 = (-1)^5 = \cdots = -1$$
$$(-1)^2 = (-1)^4 = (-1)^6 = \cdots = 1$$

$$\boxed{b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant b_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n} = \begin{cases} -\dfrac{6}{n}, & \text{ako je } n \text{ neparan} \\ \dfrac{6}{n}, & \text{ako je } n \text{ paran} \end{cases}$$

- Dakle, $|b_n| = \dfrac{6}{n}$.
- Tvrdimo da je $|b_n| \leqslant 6$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$|b_n| \leqslant 6 \iff \frac{6}{n} \leqslant 6 \Big/ \cdot \underbrace{n}_{>0}$$

$$(-1)^1 = (-1)^3 = (-1)^5 = \cdots = -1$$

omeđenost

$$(-1)^2 = (-1)^4 = (-1)^6 = \cdots = 1$$

$$\boxed{b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant b_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n} = \begin{cases} -\dfrac{6}{n}, & \text{ako je } n \text{ neparan} \\ \dfrac{6}{n}, & \text{ako je } n \text{ paran} \end{cases}$$

- Dakle, $|b_n| = \dfrac{6}{n}$.
- Tvrdimo da je $|b_n| \leqslant 6$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$|b_n| \leqslant 6 \iff \frac{6}{n} \leqslant 6 \Big/ \cdot \underbrace{n}_{>0} \iff$$

omeđenost

$$(-1)^1 = (-1)^3 = (-1)^5 = \cdots = -1$$
$$(-1)^2 = (-1)^4 = (-1)^6 = \cdots = 1$$

$$\boxed{b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant b_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n} = \begin{cases} -\dfrac{6}{n}, & \text{ako je } n \text{ neparan} \\ \dfrac{6}{n}, & \text{ako je } n \text{ paran} \end{cases}$$

- Dakle, $|b_n| = \dfrac{6}{n}$.
- Tvrdimo da je $|b_n| \leqslant 6$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$|b_n| \leqslant 6 \iff \frac{6}{n} \leqslant 6 \,\Big/ \cdot \underbrace{n}_{>0} \iff 6 \leqslant 6n$$

omeđenost

$$(-1)^1 = (-1)^3 = (-1)^5 = \cdots = -1$$
$$(-1)^2 = (-1)^4 = (-1)^6 = \cdots = 1$$

$$\boxed{b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant b_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n} = \begin{cases} -\dfrac{6}{n}, & \text{ako je } n \text{ neparan} \\ \dfrac{6}{n}, & \text{ako je } n \text{ paran} \end{cases}$$

- Dakle, $|b_n| = \dfrac{6}{n}$.
- Tvrdimo da je $|b_n| \leqslant 6$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$|b_n| \leqslant 6 \iff \frac{6}{n} \leqslant 6 \Big/ \cdot \underbrace{n}_{>0} \iff 6 \leqslant 6n \Big/ : 6$$

$$(-1)^1 = (-1)^3 = (-1)^5 = \cdots = -1$$

omeđenost

$$(-1)^2 = (-1)^4 = (-1)^6 = \cdots = 1$$

$$\boxed{b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant b_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n} = \begin{cases} -\dfrac{6}{n}, & \text{ako je } n \text{ neparan} \\[2ex] \dfrac{6}{n}, & \text{ako je } n \text{ paran} \end{cases}$$

- Dakle, $|b_n| = \dfrac{6}{n}$.
- Tvrdimo da je $|b_n| \leqslant 6$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$|b_n| \leqslant 6 \iff \frac{6}{n} \leqslant 6 \,\Big/ \cdot \underbrace{n}_{>0} \iff 6 \leqslant 6n \,\Big/ : 6 \iff$$

$$(-1)^1 = (-1)^3 = (-1)^5 = \cdots = -1$$

omeđenost

$$(-1)^2 = (-1)^4 = (-1)^6 = \cdots = 1$$

$$\boxed{b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant b_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n} = \begin{cases} -\dfrac{6}{n}, & \text{ako je } n \text{ neparan} \\ \dfrac{6}{n}, & \text{ako je } n \text{ paran} \end{cases}$$

- Dakle, $|b_n| = \dfrac{6}{n}$.
- Tvrdimo da je $|b_n| \leqslant 6$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$|b_n| \leqslant 6 \iff \frac{6}{n} \leqslant 6 \,\Big/ \cdot \underbrace{n}_{>0} \iff 6 \leqslant 6n \,\Big/ : 6 \iff 1 \leqslant n$$

omeđenost

$$(-1)^1 = (-1)^3 = (-1)^5 = \cdots = -1$$
$$(-1)^2 = (-1)^4 = (-1)^6 = \cdots = 1$$

$$\boxed{b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant b_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n} = \begin{cases} -\dfrac{6}{n}, & \text{ako je } n \text{ neparan} \\ \dfrac{6}{n}, & \text{ako je } n \text{ paran} \end{cases}$$

- Dakle, $|b_n| = \dfrac{6}{n}$.
- Tvrdimo da je $|b_n| \leqslant 6$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$|b_n| \leqslant 6 \iff \frac{6}{n} \leqslant 6 \,\Big/ \cdot \underbrace{n}_{>0} \iff 6 \leqslant 6n \,\Big/ : 6 \iff 1 \leqslant n$$

Nejednakost $1 \leqslant n$ vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$. Stoga početna pretpostavka $|b_n| \leqslant 6$ vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$.

- Iz $|b_n| \leqslant 6$ slijedi da je $-6 \leqslant b_n \leqslant 6$.

$$\boxed{b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}}$$

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

- Iz $|b_n| \leqslant 6$ slijedi da je $-6 \leqslant b_n \leqslant 6$.
- $m = -6$ je jedna donja međa niza (b_n).

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

- Iz $|b_n| \leqslant 6$ slijedi da je $-6 \leqslant b_n \leqslant 6$.
- $m = -6$ je jedna donja međa niza (b_n).
- $M = 6$ je jedna gornja međa niza (b_n).

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

- Iz $|b_n| \leqslant 6$ slijedi da je $-6 \leqslant b_n \leqslant 6$.
- $m = -6$ je jedna donja međa niza (b_n).
- $M = 6$ je jedna gornja međa niza (b_n).
- Niz (b_n) je omeđen jer je omeđen odozdo i odozgo.

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

- Iz $|b_n| \leqslant 6$ slijedi da je $-6 \leqslant b_n \leqslant 6$.
- $m = -6$ je jedna donja međa niza (b_n).
- $M = 6$ je jedna gornja međa niza (b_n).
- Niz (b_n) je omeđen jer je omeđen odozdo i odozgo.

- niz (b_n):

$$\boxed{b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}}$$

- Iz $|b_n| \leqslant 6$ slijedi da je $-6 \leqslant b_n \leqslant 6$.
- $m = -6$ je jedna donja međa niza (b_n).
- $M = 6$ je jedna gornja međa niza (b_n).
- Niz (b_n) je omeđen jer je omeđen odozdo i odozgo.

- niz (b_n): $-6,\ 3,\ -2,\ 1.5,\ -1.2,\ 1, \ldots$

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

- Iz $|b_n| \leqslant 6$ slijedi da je $-6 \leqslant b_n \leqslant 6$.
- $m = -6$ je jedna donja međa niza (b_n).
- $M = 6$ je jedna gornja međa niza (b_n).
- Niz (b_n) je omeđen jer je omeđen odozdo i odozgo.

- niz (b_n): $\underline{\underline{-6}}, 3, \underline{\underline{-2}}, 1.5, \underline{\underline{-1.2}}, 1, \ldots$
- podniz od (b_n) s neparnim indeksima:

$$\boxed{b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}}$$

- Iz $|b_n| \leqslant 6$ slijedi da je $-6 \leqslant b_n \leqslant 6$.
- $m = -6$ je jedna donja međa niza (b_n).
- $M = 6$ je jedna gornja međa niza (b_n).
- Niz (b_n) je omeđen jer je omeđen odozdo i odozgo.

- niz (b_n): $\underline{\underline{-6}}, 3, \underline{\underline{-2}}, 1.5, \underline{\underline{-1.2}}, 1, \ldots$
- podniz od (b_n) s neparnim indeksima: $-6, -2, -1.2, \ldots$

$$\boxed{b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}}$$

- Iz $|b_n| \leqslant 6$ slijedi da je $-6 \leqslant b_n \leqslant 6$.
- $m = -6$ je jedna donja međa niza (b_n).
- $M = 6$ je jedna gornja međa niza (b_n).
- Niz (b_n) je omeđen jer je omeđen odozdo i odozgo.

- niz (b_n): $\underline{\underline{-6}}, 3, \underline{\underline{-2}}, 1.5, \underline{\underline{-1.2}}, 1, \ldots$
- podniz od (b_n) s neparnim indeksima: $-6, -2, -1.2, \ldots$ $\longleftarrow$ rastući niz

$$\boxed{b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}}$$

- Iz $|b_n| \leqslant 6$ slijedi da je $-6 \leqslant b_n \leqslant 6$.
- $m = -6$ je jedna donja međa niza (b_n).
- $M = 6$ je jedna gornja međa niza (b_n).
- Niz (b_n) je omeđen jer je omeđen odozdo i odozgo.

- niz (b_n): $-6,\ \underline{\underline{3}},\ -2,\ \underline{\underline{1.5}},\ -1.2,\ \underline{\underline{1}}, \ldots$

rastući niz

- podniz od (b_n) s neparnim indeksima: $-6,\ -2,\ -1.2, \ldots$
- podniz od (b_n) s parnim indeksima:

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

- Iz $|b_n| \leqslant 6$ slijedi da je $-6 \leqslant b_n \leqslant 6$.
- $m = -6$ je jedna donja međa niza (b_n).
- $M = 6$ je jedna gornja međa niza (b_n).
- Niz (b_n) je omeđen jer je omeđen odozdo i odozgo.

- niz (b_n): $-6,\ \underline{\underline{3}},\ -2,\ \underline{\underline{1.5}},\ -1.2,\ \underline{\underline{1}}, \ldots$
- podniz od (b_n) s neparnim indeksima: $-6, -2, -1.2, \ldots$ rastući niz
- podniz od (b_n) s parnim indeksima: $3, 1.5, 1, \ldots$

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

- Iz $|b_n| \leqslant 6$ slijedi da je $-6 \leqslant b_n \leqslant 6$.
- $m = -6$ je jedna donja međa niza (b_n).
- $M = 6$ je jedna gornja međa niza (b_n).
- Niz (b_n) je omeđen jer je omeđen odozdo i odozgo.

- niz (b_n): $-6,\ \underline{\underline{3}},\ -2,\ \underline{\underline{1.5}},\ -1.2,\ \underline{\underline{1}}, \ldots$
- podniz od (b_n) s neparnim indeksima: $-6, -2, -1.2, \ldots$ $\longleftarrow$ rastući niz
- podniz od (b_n) s parnim indeksima: $3, 1.5, 1, \ldots$ $\longleftarrow$ padajući niz

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

- Iz $|b_n| \leqslant 6$ slijedi da je $-6 \leqslant b_n \leqslant 6$.
- $m = -6$ je jedna donja međa niza (b_n).
- $M = 6$ je jedna gornja međa niza (b_n).
- Niz (b_n) je omeđen jer je omeđen odozdo i odozgo.

- niz (b_n): $-6, 3, -2, 1.5, -1.2, 1, \ldots$
- podniz od (b_n) s neparnim indeksima: $-6, -2, -1.2, \ldots \longleftarrow$ rastući niz
- podniz od (b_n) s parnim indeksima: $3, 1.5, 1, \ldots \longleftarrow$ padajući niz

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(-1)^n \cdot 6}{n} =$$

$$\boxed{b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}}$$

- Iz $|b_n| \leqslant 6$ slijedi da je $-6 \leqslant b_n \leqslant 6$.
- $m = -6$ je jedna donja međa niza (b_n).
- $M = 6$ je jedna gornja međa niza (b_n).
- Niz (b_n) je omeđen jer je omeđen odozdo i odozgo.

- niz (b_n): $-6, 3, -2, 1.5, -1.2, 1, \ldots$
- podniz od (b_n) s neparnim indeksima: $-6, -2, -1.2, \ldots$ $\longleftarrow$ rastući niz
- podniz od (b_n) s parnim indeksima: $3, 1.5, 1, \ldots$ $\longleftarrow$ padajući niz

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(-1)^n \cdot 6}{n} = \lim_{n\to\infty} \left(\qquad \right)$$

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

- Iz $|b_n| \leqslant 6$ slijedi da je $-6 \leqslant b_n \leqslant 6$.
- $m = -6$ je jedna donja međa niza (b_n).
- $M = 6$ je jedna gornja međa niza (b_n).
- Niz (b_n) je omeđen jer je omeđen odozdo i odozgo.

- niz (b_n): $-6, 3, -2, 1.5, -1.2, 1, \ldots$
- podniz od (b_n) s neparnim indeksima: $-6, -2, -1.2, \ldots$ $\longleftarrow$ rastući niz
- podniz od (b_n) s parnim indeksima: $3, 1.5, 1, \ldots$ $\longleftarrow$ padajući niz

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(-1)^n \cdot 6}{n} = \lim_{n\to\infty} \left((-1)^n \qquad \right)$$

$$\boxed{b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}}$$

- Iz $|b_n| \leqslant 6$ slijedi da je $-6 \leqslant b_n \leqslant 6$.
- $m = -6$ je jedna donja međa niza (b_n).
- $M = 6$ je jedna gornja međa niza (b_n).
- Niz (b_n) je omeđen jer je omeđen odozdo i odozgo.

- niz (b_n): $-6, 3, -2, 1.5, -1.2, 1, \ldots$
- podniz od (b_n) s neparnim indeksima: $-6, -2, -1.2, \ldots$ $\longleftarrow$ rastući niz
- podniz od (b_n) s parnim indeksima: $3, 1.5, 1, \ldots$ $\longleftarrow$ padajući niz

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(-1)^n \cdot 6}{n} = \lim_{n\to\infty} \left((-1)^n \cdot \quad \right)$$

$$\boxed{b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}}$$

- Iz $|b_n| \leqslant 6$ slijedi da je $-6 \leqslant b_n \leqslant 6$.
- $m = -6$ je jedna donja međa niza (b_n).
- $M = 6$ je jedna gornja međa niza (b_n).
- Niz (b_n) je omeđen jer je omeđen odozdo i odozgo.

- niz (b_n): $-6, 3, -2, 1.5, -1.2, 1, \dots$
- podniz od (b_n) s neparnim indeksima: $-6, -2, -1.2, \dots$ $\longleftarrow$ rastući niz
- podniz od (b_n) s parnim indeksima: $3, 1.5, 1, \dots$ $\longleftarrow$ padajući niz

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(-1)^n \cdot 6}{n} = \lim_{n\to\infty} \left((-1)^n \cdot \frac{6}{n} \right)$$

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

- Iz $|b_n| \leqslant 6$ slijedi da je $-6 \leqslant b_n \leqslant 6$.
- $m = -6$ je jedna donja međa niza (b_n).
- $M = 6$ je jedna gornja međa niza (b_n).
- Niz (b_n) je omeđen jer je omeđen odozdo i odozgo.

- niz (b_n): $-6, 3, -2, 1.5, -1.2, 1, \ldots$
- podniz od (b_n) s neparnim indeksima: $-6, -2, -1.2, \ldots$ $\longleftarrow$ rastući niz
- podniz od (b_n) s parnim indeksima: $3, 1.5, 1, \ldots$ $\longleftarrow$ padajući niz

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(-1)^n \cdot 6}{n} = \lim_{n\to\infty} \left(\underbrace{(-1)^n}_{=\pm 1} \cdot \frac{6}{n} \right)$$

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

- Iz $|b_n| \leqslant 6$ slijedi da je $-6 \leqslant b_n \leqslant 6$.
- $m = -6$ je jedna donja međa niza (b_n).
- $M = 6$ je jedna gornja međa niza (b_n).
- Niz (b_n) je omeđen jer je omeđen odozdo i odozgo.

- niz (b_n): $-6, 3, -2, 1.5, -1.2, 1, \ldots$
- podniz od (b_n) s neparnim indeksima: $-6, -2, -1.2, \ldots$ $\longleftarrow$ rastući niz
- podniz od (b_n) s parnim indeksima: $3, 1.5, 1, \ldots$ $\longleftarrow$ padajući niz

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(-1)^n \cdot 6}{n} = \lim_{n\to\infty} \left(\underbrace{(-1)^n}_{=\pm 1} \cdot \boxed{\frac{6}{n}} \right)$$

$\longrightarrow$ teži prema nuli

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

- Iz $|b_n| \leqslant 6$ slijedi da je $-6 \leqslant b_n \leqslant 6$.
- $m = -6$ je jedna donja međa niza (b_n).
- $M = 6$ je jedna gornja međa niza (b_n).
- Niz (b_n) je omeđen jer je omeđen odozdo i odozgo.

- niz (b_n): $-6, 3, -2, 1.5, -1.2, 1, \ldots$
- podniz od (b_n) s neparnim indeksima: $-6, -2, -1.2, \ldots$ $\longleftarrow$ rastući niz
- podniz od (b_n) s parnim indeksima: $3, 1.5, 1, \ldots$ $\longleftarrow$ padajući niz

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(-1)^n \cdot 6}{n} = \lim_{n\to\infty} \Bigg(\underbrace{(-1)^n}_{=\pm 1} \cdot \boxed{\frac{6}{n}} \Bigg) = 0$$

teži prema nuli

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

- Iz $|b_n| \leqslant 6$ slijedi da je $-6 \leqslant b_n \leqslant 6$.
- $m = -6$ je jedna donja međa niza (b_n).
- $M = 6$ je jedna gornja međa niza (b_n).
- Niz (b_n) je omeđen jer je omeđen odozdo i odozgo.

- niz (b_n): $-6, 3, -2, 1.5, -1.2, 1, \ldots$
- podniz od (b_n) s neparnim indeksima: $-6, -2, -1.2, \ldots$ $\longleftarrow$ rastući niz
- podniz od (b_n) s parnim indeksima: $3, 1.5, 1, \ldots$ $\longleftarrow$ padajući niz

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(-1)^n \cdot 6}{n} = \lim_{n\to\infty} \left(\underbrace{(-1)^n}_{=\pm 1} \cdot \boxed{\frac{6}{n}} \right) = 0$$

teži prema nuli

- $\hat{m} = b_1 = -6$ je najveća donja međa niza (b_n).

$$b_n = \frac{(-1)^n \cdot 6}{n}$$

- Iz $|b_n| \leqslant 6$ slijedi da je $-6 \leqslant b_n \leqslant 6$.
- $m = -6$ je jedna donja međa niza (b_n).
- $M = 6$ je jedna gornja međa niza (b_n).
- Niz (b_n) je omeđen jer je omeđen odozdo i odozgo.

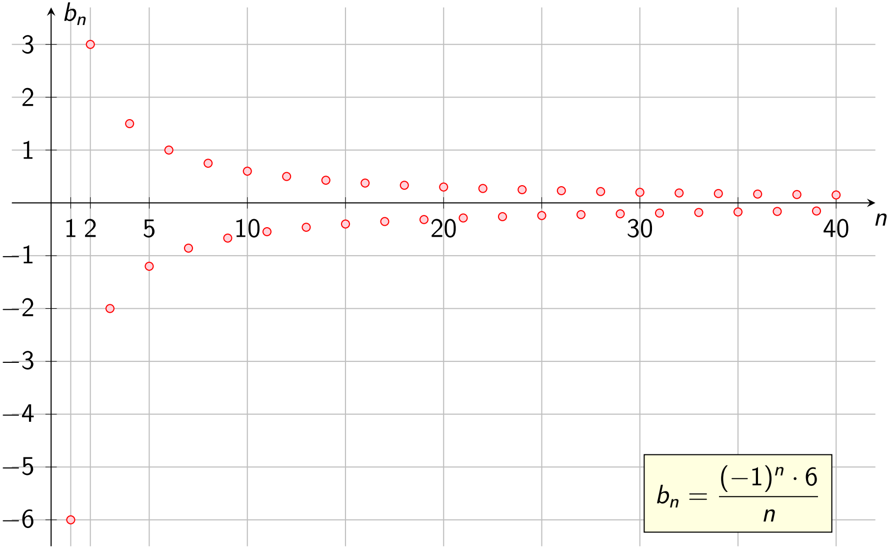
- niz (b_n): $-6, 3, -2, 1.5, -1.2, 1, \ldots$
- podniz od (b_n) s neparnim indeksima: $-6, -2, -1.2, \ldots$ $\longleftarrow$ rastući niz
- podniz od (b_n) s parnim indeksima: $3, 1.5, 1, \ldots$ $\longleftarrow$ padajući niz

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(-1)^n \cdot 6}{n} = \lim_{n\to\infty} \Bigg(\underbrace{(-1)^n}_{=\pm 1} \cdot \boxed{\frac{6}{n}} \Bigg) = 0$$

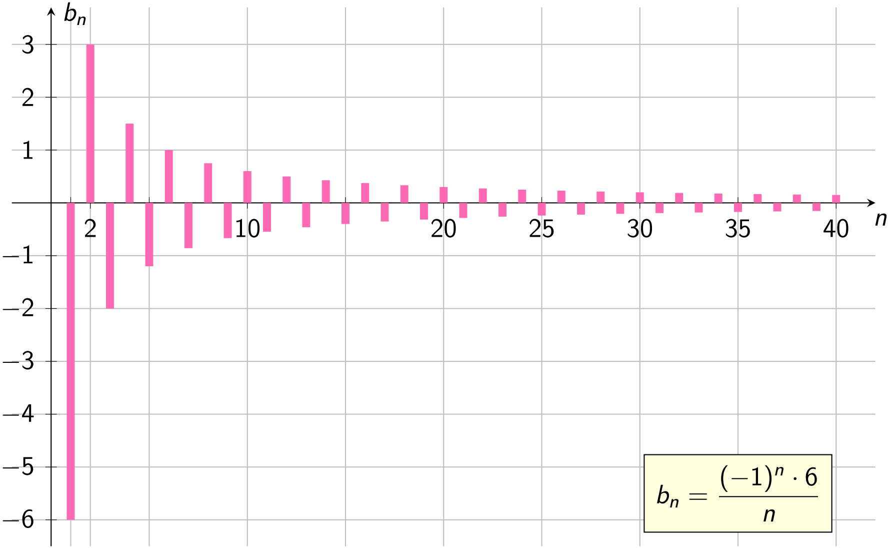
teži prema nuli

- $\hat{m} = b_1 = -6$ je najveća donja međa niza (b_n).
- $\hat{M} = b_2 = 3$ je najmanja gornja međa niza (b_n).

Niz (b_n) – dijagram točkama



Niz (b_n) – uspravni stupci



- Generiranje prvih 70 članova niza (b_n) u `python` programskom jeziku (članovi niza su zaokruženi na 5 decimala)

```
[round((-1)**n*6/n,5) for n in range(1,71)]
```

```
[-6.0,      3.0,      -2.0,      1.5,      -1.2,      1.0,
 -0.85714,  0.75,     -0.66667,  0.6,      -0.54545,  0.5,
 -0.46154,  0.42857,  -0.4,      0.375,    -0.35294,  0.33333,
 -0.31579,  0.3,      -0.28571,  0.27273,  -0.26087,  0.25,
 -0.24,     0.23077,  -0.22222,  0.21429,  -0.2069,   0.2,
 -0.19355,  0.1875,   -0.18182,  0.17647,  -0.17143,  0.16667,
 -0.16216,  0.15789,  -0.15385,  0.15,     -0.14634,  0.14286,
 -0.13953,  0.13636,  -0.13333,  0.13043,  -0.12766,  0.125,
 -0.12245,  0.12,     -0.11765,  0.11538,  -0.11321,  0.11111,
 -0.10909,  0.10714,  -0.10526,  0.10345,  -0.10169,  0.1,
 -0.09836,  0.09677,  -0.09524,  0.09375,  -0.09231,  0.09091,
 -0.08955,  0.08824,  -0.08696,  0.08571]
```

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

c) monotonost

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

c) monotonost

$$c_1 =$$

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

c) monotonost

$$c_1 = \frac{2^{3\cdot 1}}{1!}$$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdots (n-1) \cdot n$$

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

c) monotonost

$$c_1 = \frac{2^{3\cdot 1}}{1!} = \frac{8}{1}$$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdots (n-1) \cdot n$$

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

c) monotonost

$$c_1 = \frac{2^{3\cdot 1}}{1!} = \frac{8}{1} = 8$$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdots (n-1) \cdot n \qquad \boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

c) monotonost

$$c_1 = \frac{2^{3\cdot 1}}{1!} = \frac{8}{1} = 8 \qquad c_2 =$$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdots (n-1) \cdot n \qquad \boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

c) monotonost

$$c_1 = \frac{2^{3\cdot 1}}{1!} = \frac{8}{1} = 8 \qquad c_2 = \frac{2^{3\cdot 2}}{2!}$$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdots (n-1) \cdot n$$

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

c) monotonost

$$c_1 = \frac{2^{3\cdot 1}}{1!} = \frac{8}{1} = 8 \qquad c_2 = \frac{2^{3\cdot 2}}{2!} = \frac{64}{2}$$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdots (n-1) \cdot n$$

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

c) monotonost

$$c_1 = \frac{2^{3\cdot 1}}{1!} = \frac{8}{1} = 8 \qquad c_2 = \frac{2^{3\cdot 2}}{2!} = \frac{64}{2} = 32$$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdots (n-1) \cdot n$$

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

c) monotonost

$$c_1 = \frac{2^{3\cdot 1}}{1!} = \frac{8}{1} = 8 \qquad c_2 = \frac{2^{3\cdot 2}}{2!} = \frac{64}{2} = 32$$

$$c_3 =$$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdots (n-1) \cdot n$$

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

c) monotonost

$$c_1 = \frac{2^{3\cdot 1}}{1!} = \frac{8}{1} = 8$$

$$c_2 = \frac{2^{3\cdot 2}}{2!} = \frac{64}{2} = 32$$

$$c_3 = \frac{2^{3\cdot 3}}{3!}$$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdots (n-1) \cdot n$$

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

c) monotonost

$$c_1 = \frac{2^{3\cdot 1}}{1!} = \frac{8}{1} = 8$$

$$c_2 = \frac{2^{3\cdot 2}}{2!} = \frac{64}{2} = 32$$

$$c_3 = \frac{2^{3\cdot 3}}{3!} = \frac{512}{6}$$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdots (n-1) \cdot n$$

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

c) monotonost

$$c_1 = \frac{2^{3\cdot 1}}{1!} = \frac{8}{1} = 8$$

$$c_2 = \frac{2^{3\cdot 2}}{2!} = \frac{64}{2} = 32$$

$$c_3 = \frac{2^{3\cdot 3}}{3!} = \frac{512}{6} \approx 85.33$$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdots (n-1) \cdot n$$

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

c) monotonost

$$c_1 = \frac{2^{3\cdot 1}}{1!} = \frac{8}{1} = 8$$

$$c_2 = \frac{2^{3\cdot 2}}{2!} = \frac{64}{2} = 32$$

$$c_3 = \frac{2^{3\cdot 3}}{3!} = \frac{512}{6} \approx 85.33$$

$$c_4 =$$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdots (n-1) \cdot n$$

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

c) monotonost

$$c_1 = \frac{2^{3\cdot 1}}{1!} = \frac{8}{1} = 8 \qquad c_2 = \frac{2^{3\cdot 2}}{2!} = \frac{64}{2} = 32$$

$$c_3 = \frac{2^{3\cdot 3}}{3!} = \frac{512}{6} \approx 85.33 \qquad c_4 = \frac{2^{3\cdot 4}}{4!}$$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdots (n-1) \cdot n$$

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

c) monotonost

$$c_1 = \frac{2^{3\cdot 1}}{1!} = \frac{8}{1} = 8 \qquad c_2 = \frac{2^{3\cdot 2}}{2!} = \frac{64}{2} = 32$$

$$c_3 = \frac{2^{3\cdot 3}}{3!} = \frac{512}{6} \approx 85.33 \qquad c_4 = \frac{2^{3\cdot 4}}{4!} = \frac{4096}{24}$$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdots (n-1) \cdot n$$

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

c) monotonost

$$c_1 = \frac{2^{3\cdot 1}}{1!} = \frac{8}{1} = 8 \qquad c_2 = \frac{2^{3\cdot 2}}{2!} = \frac{64}{2} = 32$$

$$c_3 = \frac{2^{3\cdot 3}}{3!} = \frac{512}{6} \approx 85.33 \qquad c_4 = \frac{2^{3\cdot 4}}{4!} = \frac{4096}{24} \approx 170.67$$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdots (n-1) \cdot n$$

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

c) monotonost

$$c_1 = \frac{2^{3\cdot 1}}{1!} = \frac{8}{1} = 8 \qquad c_2 = \frac{2^{3\cdot 2}}{2!} = \frac{64}{2} = 32$$

$$c_3 = \frac{2^{3\cdot 3}}{3!} = \frac{512}{6} \approx 85.33 \qquad c_4 = \frac{2^{3\cdot 4}}{4!} = \frac{4096}{24} \approx 170.67$$

- Uočavamo da vrijedi $c_1 < c_2 < c_3 < c_4$.

$$n! = 1 \cdot 2 \cdots (n-1) \cdot n \qquad \boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

c) monotonost

$$c_1 = \frac{2^{3\cdot 1}}{1!} = \frac{8}{1} = 8 \qquad c_2 = \frac{2^{3\cdot 2}}{2!} = \frac{64}{2} = 32$$

$$c_3 = \frac{2^{3\cdot 3}}{3!} = \frac{512}{6} \approx 85.33 \qquad c_4 = \frac{2^{3\cdot 4}}{4!} = \frac{4096}{24} \approx 170.67$$

- Uočavamo da vrijedi $c_1 < c_2 < c_3 < c_4$.
- Tvrdimo da je (c_n) strogo rastući niz, tj. da vrijedi

$$c_1 < c_2 < c_3 < c_4 < \cdots < c_{k-1} < c_k < c_{k+1} < \cdots .$$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdots (n-1) \cdot n \qquad \boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

c) monotonost

$$c_1 = \frac{2^{3\cdot 1}}{1!} = \frac{8}{1} = 8 \qquad c_2 = \frac{2^{3\cdot 2}}{2!} = \frac{64}{2} = 32$$

$$c_3 = \frac{2^{3\cdot 3}}{3!} = \frac{512}{6} \approx 85.33 \qquad c_4 = \frac{2^{3\cdot 4}}{4!} = \frac{4096}{24} \approx 170.67$$

- Uočavamo da vrijedi $c_1 < c_2 < c_3 < c_4$.
- Tvrdimo da je (c_n) strogo rastući niz, tj. da vrijedi

$$c_1 < c_2 < c_3 < c_4 < \cdots < c_{k-1} < c_k < c_{k+1} < \cdots .$$

- Moramo dokazati (ili opovrgnuti) da je $c_n < c_{n+1}$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

  $c_n < c_{n+1}$

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!}$$

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} <$$

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \underline{\qquad\qquad}$$

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{}$$

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{(n+1)!}$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{(n+1)!} \iff$$

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!}$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} <$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{}{}$$

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n+3}}{}$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n+3}}{(n+1)!}$$

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n+3}}{(n+1)!} \iff$$

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n+3}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!}$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n+3}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} <$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n+3}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{\phantom{2^{3n+3}}}{}$$

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n+3}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n} \cdot 2^3}{}$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n+3}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n} \cdot 2^3}{n! \cdot (n+1)}$$

$$(n+1)! = n! \cdot (n+1)$$

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$(n+1)! = n! \cdot (n+1)$

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n+3}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n} \cdot 2^3}{n! \cdot (n+1)} \Big/ \cdot \frac{n! \cdot (n+1)}{2^{3n}}$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n+3}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n} \cdot 2^3}{n! \cdot (n+1)} \Big/ \cdot \underbrace{\boxed{\frac{n! \cdot (n+1)}{2^{3n}}}}_{>0}$$

$(n+1)! = n! \cdot (n+1)$

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$(n+1)! = n! \cdot (n+1)$$

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n+3}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n} \cdot 2^3}{n! \cdot (n+1)} \Big/ \cdot \boxed{\frac{n! \cdot (n+1)}{2^{3n}}} > 0$$

jer je $n \in \mathbb{N}$

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n+3}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n} \cdot 2^3}{n! \cdot (n+1)} \Big/ \cdot \boxed{\frac{n! \cdot (n+1)}{2^{3n}}} > 0 \iff$$

jer je $n \in \mathbb{N}$

$(n+1)! = n! \cdot (n+1)$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

$$(n+1)! = n! \cdot (n+1)$$

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n+3}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n} \cdot 2^3}{n! \cdot (n+1)} \Big/ \cdot \boxed{\frac{n! \cdot (n+1)}{2^{3n}}} \iff$$

> 0 jer je $n \in \mathbb{N}$

$$n+1$$

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n+3}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n} \cdot 2^3}{n! \cdot (n+1)} \Big/ \cdot \boxed{\frac{n! \cdot (n+1)}{2^{3n}}} > 0 \iff$$

jer je $n \in \mathbb{N}$

$$(n+1)! = n! \cdot (n+1)$$

$$n + 1 <$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

$$(n+1)! = n! \cdot (n+1)$$

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n+3}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n} \cdot 2^3}{n! \cdot (n+1)} \quad \Big/ \cdot \underbrace{\boxed{\frac{n! \cdot (n+1)}{2^{3n}}}}_{>0} \iff$$

jer je $n \in \mathbb{N}$

$$n + 1 < 2^3$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

$$(n+1)! = n! \cdot (n+1)$$

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n+3}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n} \cdot 2^3}{n! \cdot (n+1)} \Big/ \cdot \boxed{\frac{n! \cdot (n+1)}{2^{3n}}} > 0 \iff$$

jer je $n \in \mathbb{N}$

$$n + 1 < 2^3 \iff$$

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$(n+1)! = n! \cdot (n+1)$

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n+3}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n} \cdot 2^3}{n! \cdot (n+1)} \Big/ \cdot \boxed{\frac{n! \cdot (n+1)}{2^{3n}}} > 0 \iff$$

jer je $n \in \mathbb{N}$

$$n + 1 < 2^3 \iff$$

$$n < 7$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

$$(n+1)! = n! \cdot (n+1)$$

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n+3}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n} \cdot 2^3}{n! \cdot (n+1)} \Big/ \cdot \boxed{\frac{n! \cdot (n+1)}{2^{3n}}} > 0 \iff$$

jer je $n \in \mathbb{N}$

$$n + 1 < 2^3 \iff$$

$$n < 7$$

Nejednakost $n < 7$ ne vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$. Stoga niti početna pretpostavka $c_n < c_{n+1}$ ne vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$.

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

$$(n+1)! = n! \cdot (n+1)$$

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n+3}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n} \cdot 2^3}{n! \cdot (n+1)} \Big/ \cdot \boxed{\frac{n! \cdot (n+1)}{2^{3n}}} > 0 \iff$$

jer je $n \in \mathbb{N}$

$$n + 1 < 2^3 \iff$$

$$n < 7$$

$$c_1 < c_2 < \cdots < c_6 < c_7 \leqslant c_8$$

Nejednakost $n < 7$ ne vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$. Stoga niti početna pretpostavka $c_n < c_{n+1}$ ne vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$(n+1)! = n! \cdot (n+1)$$

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n+3}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n} \cdot 2^3}{n! \cdot (n+1)} \Big/ \cdot \boxed{\frac{n! \cdot (n+1)}{2^{3n}}} > 0 \iff$$

jer je $n \in \mathbb{N}$

$$n + 1 < 2^3 \iff$$

$$n < 7$$

$$\overbrace{c_1 < c_2 < \cdots < c_6 < c_7}^{c_n < c_{n+1} \text{ za } n < 7} \leqslant c_8$$

Nejednakost $n < 7$ ne vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$. Stoga niti početna pretpostavka $c_n < c_{n+1}$ ne vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$(n+1)! = n! \cdot (n+1)$

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n+3}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n} \cdot 2^3}{n! \cdot (n+1)} \quad \Big/ \cdot \boxed{\frac{n! \cdot (n+1)}{2^{3n}}} > 0 \iff$$

jer je $n \in \mathbb{N}$

$$n + 1 < 2^3 \iff$$

$$n < 7$$

$$\overbrace{c_1 < c_2 < \cdots < c_6 < c_7}^{c_n < c_{n+1} \text{ za } n < 7} \leqslant c_8$$

$$\underbrace{c_1 < c_2 < \cdots < c_6 < c_7 \leqslant c_8}_{c_n \leqslant c_{n+1} \text{ za } n \leqslant 7}$$

Nejednakost $n < 7$ ne vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$. Stoga niti početna pretpostavka $c_n < c_{n+1}$ ne vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$.

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$\boxed{c_n = \frac{2^{3n}}{n!}}$$

$$(n+1)! = n! \cdot (n+1)$$

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n+3}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n} \cdot 2^3}{n! \cdot (n+1)} \quad \Big/ \cdot \boxed{\frac{n! \cdot (n+1)}{2^{3n}}} > 0 \iff$$

jer je $n \in \mathbb{N}$

$$n + 1 < 2^3 \iff$$

$$n < 7$$

$$c_7 = c_8$$

$$\overbrace{c_1 < c_2 < \cdots < c_6 < c_7}^{c_n < c_{n+1} \text{ za } n < 7} \leqslant c_8$$

$$\underbrace{c_1 < c_2 < \cdots < c_6 < c_7 \leqslant c_8}_{c_n \leqslant c_{n+1} \text{ za } n \leqslant 7}$$

Nejednakost $n < 7$ ne vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$. Stoga niti početna pretpostavka $c_n < c_{n+1}$ ne vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$.

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n+3}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n} \cdot 2^3}{n! \cdot (n+1)} \Big/ \cdot \boxed{\frac{n! \cdot (n+1)}{2^{3n}}} \iff$$

> 0 jer je $n \in \mathbb{N}$

$(n+1)! = n! \cdot (n+1)$

$$n + 1 < 2^3 \iff$$

$$n < 7$$

Nejednakost $n < 7$ ne vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$. Stoga niti početna pretpostavka $c_n < c_{n+1}$ ne vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$\overbrace{c_1 < c_2 < \cdots < c_6 < c_7}^{c_n < c_{n+1} \text{ za } n < 7} \leqslant c_8$$

$$\underbrace{c_1 < c_2 < \cdots < c_6 < c_7 \leqslant c_8}_{c_n \leqslant c_{n+1} \text{ za } n \leqslant 7}$$

$c_7 = c_8$

- ✏ (c_n) strogo raste samo do 7. člana.
- ✏ (c_n) raste samo do 8. člana.
- ✏ Dakle, (c_n) nije rastući niz.

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$(n+1)! = n! \cdot (n+1)$$

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n+3}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n} \cdot 2^3}{n! \cdot (n+1)} \Big/ \cdot \boxed{\frac{n! \cdot (n+1)}{2^{3n}}} > 0 \iff$$

> 0 jer je $n \in \mathbb{N}$

$$n + 1 < 2^3 \iff$$

$$n < 7$$

Nejednakost $n < 7$ ne vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$. Stoga niti početna pretpostavka $c_n < c_{n+1}$ ne vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$\overbrace{c_1 < c_2 < \cdots < c_6 < c_7}^{c_n < c_{n+1} \text{ za } n < 7} \leqslant c_8$$

$$\underbrace{c_1 < c_2 < \cdots < c_6 < c_7 \leqslant c_8}_{c_n \leqslant c_{n+1} \text{ za } n \leqslant 7}$$

$$c_7 = c_8$$

- ✏ (c_n) strogo raste samo do 7. člana.
- ✏ (c_n) raste samo do 8. člana.
- ✏ Dakle, (c_n) nije rastući niz.

$$c_7 \geqslant c_8 > c_9 > c_{10} > \cdots$$

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n+3}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n} \cdot 2^3}{n! \cdot (n+1)} \quad \Big/ \cdot \boxed{\frac{n! \cdot (n+1)}{2^{3n}}} > 0 \iff$$

jer je $n \in \mathbb{N}$

$$n + 1 < 2^3 \iff$$

$$n < 7$$

$(n+1)! = n! \cdot (n+1)$

✏ (c_n) strogo raste samo do 7. člana.

✏ (c_n) raste samo do 8. člana.

✏ Dakle, (c_n) nije rastući niz.

$$c_7 = c_8$$

$$\overbrace{c_1 < c_2 < \cdots < c_6 < c_7}^{c_n < c_{n+1} \text{ za } n < 7} \leqslant c_8$$

$$\underbrace{c_1 < c_2 < \cdots < c_6 < c_7 \leqslant c_8}_{c_n \leqslant c_{n+1} \text{ za } n \leqslant 7}$$

Nejednakost $n < 7$ ne vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$. Stoga niti početna pretpostavka $c_n < c_{n+1}$ ne vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$c_7 \geqslant \overbrace{c_8 > c_9 > c_{10} > \cdots}^{c_n > c_{n+1} \text{ za } n > 7}$$

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$(n+1)! = n! \cdot (n+1)$$

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n+3}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n} \cdot 2^3}{n! \cdot (n+1)} \Big/ \cdot \boxed{\frac{n! \cdot (n+1)}{2^{3n}}} > 0 \iff$$

jer je $n \in \mathbb{N}$

$$n + 1 < 2^3 \iff$$

$$n < 7$$

Nejednakost $n < 7$ ne vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$. Stoga niti početna pretpostavka $c_n < c_{n+1}$ ne vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$.

✏ (c_n) strogo raste samo do 7. člana.
✏ (c_n) raste samo do 8. člana.
✏ Dakle, (c_n) nije rastući niz.

$c_7 = c_8$

$$\overbrace{c_1 < c_2 < \cdots < c_6 < c_7}^{c_n < c_{n+1} \text{ za } n < 7} \leqslant c_8$$

$$\underbrace{c_1 < c_2 < \cdots < c_6 < c_7 \leqslant c_8}_{c_n \leqslant c_{n+1} \text{ za } n \leqslant 7}$$

$$c_7 \geqslant \overbrace{c_8 > c_9 > c_{10} > \cdots}^{c_n > c_{n+1} \text{ za } n > 7}$$

$$\underbrace{c_7 \geqslant c_8 > c_9 > c_{10} > \cdots}_{c_n \geqslant c_{n+1} \text{ za } n \geqslant 7}$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

$(n+1)! = n! \cdot (n+1)$

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n+3}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n} \cdot 2^3}{n! \cdot (n+1)} \quad / \cdot \boxed{\frac{n! \cdot (n+1)}{2^{3n}}} > 0 \iff$$

jer je $n \in \mathbb{N}$

$$n + 1 < 2^3 \iff$$

$$n < 7$$

Nejednakost $n < 7$ ne vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$. Stoga niti početna pretpostavka $c_n < c_{n+1}$ ne vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$.

✏ (c_n) strogo raste samo do 7. člana.
✏ (c_n) raste samo do 8. člana.
✏ Dakle, (c_n) nije rastući niz.

$c_7 = c_8$

$$\overbrace{c_1 < c_2 < \cdots < c_6 < c_7}^{c_n < c_{n+1} \text{ za } n < 7} \leqslant c_8$$

$$\underbrace{c_1 < c_2 < \cdots < c_6 < c_7 \leqslant c_8}_{c_n \leqslant c_{n+1} \text{ za } n \leqslant 7}$$

✏ (c_n) strogo pada tek od 8. člana.
✏ (c_n) pada tek od 7. člana.
✏ Dakle, (c_n) nije padajući niz.

$$c_7 \geqslant \overbrace{c_8 > c_9 > c_{10} > \cdots}^{c_n > c_{n+1} \text{ za } n > 7}$$

$$\underbrace{c_7 \geqslant c_8 > c_9 > c_{10} > \cdots}_{c_n \geqslant c_{n+1} \text{ za } n \geqslant 7}$$

- Pretpostavimo da niz (c_n) strogo raste.

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

$$c_n < c_{n+1} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3(n+1)}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n+3}}{(n+1)!} \iff$$

$$\frac{2^{3n}}{n!} < \frac{2^{3n} \cdot 2^3}{n! \cdot (n+1)} \Big/ \cdot \boxed{\frac{n! \cdot (n+1)}{2^{3n}}} > 0 \iff$$

$(n+1)! = n! \cdot (n+1)$

jer je $n \in \mathbb{N}$

$$n + 1 < 2^3 \iff$$

$$n < 7$$

Nejednakost $n < 7$ ne vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$. Stoga niti početna pretpostavka $c_n < c_{n+1}$ ne vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$.

✏ (c_n) strogo raste samo do 7. člana.
✏ (c_n) raste samo do 8. člana.
✏ Dakle, (c_n) nije rastući niz.

$$\overbrace{c_1 < c_2 < \cdots < c_6 < c_7}^{c_n < c_{n+1} \text{ za } n < 7} \leqslant c_8$$

$$\underbrace{c_1 < c_2 < \cdots < c_6 < c_7 \leqslant c_8}_{c_n \leqslant c_{n+1} \text{ za } n \leqslant 7}$$

$c_7 = c_8$

✏ Dakle, (c_n) nije monoton niz.

✏ (c_n) strogo pada tek od 8. člana.
✏ (c_n) pada tek od 7. člana.
✏ Dakle, (c_n) nije padajući niz.

$$c_7 \geqslant \overbrace{c_8 > c_9 > c_{10} > \cdots}^{c_n > c_{n+1} \text{ za } n > 7}$$

$$\underbrace{c_7 \geqslant c_8 > c_9 > c_{10} > \cdots}_{c_n \geqslant c_{n+1} \text{ za } n \geqslant 7}$$

omeđenost

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant c_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

omeđenost

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant c_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.
- Očito je $2^{3n} > 0$ i $n! > 0$ za svaki $n \in \mathbb{N}$

omeđenost

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant c_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.
- Očito je $2^{3n} > 0$ i $n! > 0$ za svaki $n \in \mathbb{N}$ pa je $c_n \geqslant 0$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

omeđenost

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant c_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.
- Očito je $2^{3n} > 0$ i $n! > 0$ za svaki $n \in \mathbb{N}$ pa je $c_n \geqslant 0$ za svaki $n \in \mathbb{N}$. Stoga je $m = 0$ jedna donja međa niza (c_n).

omeđenost

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant c_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.
- Očito je $2^{3n} > 0$ i $n! > 0$ za svaki $n \in \mathbb{N}$ pa je $c_n \geqslant 0$ za svaki $n \in \mathbb{N}$. Stoga je $m = 0$ jedna donja međa niza (c_n).
- Dokazali smo da niz (c_n) raste do osmog člana, a nakon toga počinje padati i još vrijedi $c_7 = c_8$.

omeđenost

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant c_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.
- Očito je $2^{3n} > 0$ i $n! > 0$ za svaki $n \in \mathbb{N}$ pa je $c_n \geqslant 0$ za svaki $n \in \mathbb{N}$. Stoga je $m = 0$ jedna donja međa niza (c_n).
- Dokazali smo da niz (c_n) raste do osmog člana, a nakon toga počinje padati i još vrijedi $c_7 = c_8$.

$$c_7 =$$

omeđenost

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant c_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.
- Očito je $2^{3n} > 0$ i $n! > 0$ za svaki $n \in \mathbb{N}$ pa je $c_n \geqslant 0$ za svaki $n \in \mathbb{N}$. Stoga je $m = 0$ jedna donja međa niza (c_n).
- Dokazali smo da niz (c_n) raste do osmog člana, a nakon toga počinje padati i još vrijedi $c_7 = c_8$.

$$c_7 = \frac{2^{3\cdot 7}}{7!}$$

omeđenost

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant c_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.
- Očito je $2^{3n} > 0$ i $n! > 0$ za svaki $n \in \mathbb{N}$ pa je $c_n \geqslant 0$ za svaki $n \in \mathbb{N}$. Stoga je $m = 0$ jedna donja međa niza (c_n).
- Dokazali smo da niz (c_n) raste do osmog člana, a nakon toga počinje padati i još vrijedi $c_7 = c_8$.

$$c_7 = \frac{2^{3\cdot 7}}{7!} = \frac{2^{21}}{7!}$$

omeđenost

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant c_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.
- Očito je $2^{3n} > 0$ i $n! > 0$ za svaki $n \in \mathbb{N}$ pa je $c_n \geqslant 0$ za svaki $n \in \mathbb{N}$. Stoga je $m = 0$ jedna donja međa niza (c_n).
- Dokazali smo da niz (c_n) raste do osmog člana, a nakon toga počinje padati i još vrijedi $c_7 = c_8$.

$$c_7 = \frac{2^{3\cdot 7}}{7!} = \frac{2^{21}}{7!} = \frac{2^{21}}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7}$$

omeđenost

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant c_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.
- Očito je $2^{3n} > 0$ i $n! > 0$ za svaki $n \in \mathbb{N}$ pa je $c_n \geqslant 0$ za svaki $n \in \mathbb{N}$. Stoga je $m = 0$ jedna donja međa niza (c_n).
- Dokazali smo da niz (c_n) raste do osmog člana, a nakon toga počinje padati i još vrijedi $c_7 = c_8$.

$$c_7 = \frac{2^{3\cdot 7}}{7!} = \frac{2^{21}}{7!} = \frac{2^{21}}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7} = \frac{2^{21}}{2^4\cdot 3^2\cdot 5\cdot 7}$$

omeđenost

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant c_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.
- Očito je $2^{3n} > 0$ i $n! > 0$ za svaki $n \in \mathbb{N}$ pa je $c_n \geqslant 0$ za svaki $n \in \mathbb{N}$. Stoga je $m = 0$ jedna donja međa niza (c_n).
- Dokazali smo da niz (c_n) raste do osmog člana, a nakon toga počinje padati i još vrijedi $c_7 = c_8$.

$$c_7 = \frac{2^{3\cdot 7}}{7!} = \frac{2^{21}}{7!} = \frac{2^{21}}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7} = \frac{2^{21}}{2^4\cdot 3^2\cdot 5\cdot 7} = \frac{2^{17}}{315}$$

omeđenost

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant c_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.
- Očito je $2^{3n} > 0$ i $n! > 0$ za svaki $n \in \mathbb{N}$ pa je $c_n \geqslant 0$ za svaki $n \in \mathbb{N}$. Stoga je $m = 0$ jedna donja međa niza (c_n).
- Dokazali smo da niz (c_n) raste do osmog člana, a nakon toga počinje padati i još vrijedi $c_7 = c_8$.

$$c_7 = \frac{2^{3\cdot 7}}{7!} = \frac{2^{21}}{7!} = \frac{2^{21}}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7} = \frac{2^{21}}{2^4\cdot 3^2\cdot 5\cdot 7} = \frac{2^{17}}{315} = \frac{131072}{315}$$

omeđenost

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant c_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.
- Očito je $2^{3n} > 0$ i $n! > 0$ za svaki $n \in \mathbb{N}$ pa je $c_n \geqslant 0$ za svaki $n \in \mathbb{N}$. Stoga je $m = 0$ jedna donja međa niza (c_n).
- Dokazali smo da niz (c_n) raste do osmog člana, a nakon toga počinje padati i još vrijedi $c_7 = c_8$.

$$c_7 = \frac{2^{3\cdot 7}}{7!} = \frac{2^{21}}{7!} = \frac{2^{21}}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7} = \frac{2^{21}}{2^4\cdot 3^2\cdot 5\cdot 7} = \frac{2^{17}}{315} = \frac{131072}{315}$$

- Stoga je $c_n \leqslant c_7$ za svaki $n \in \mathbb{N}$ pa je $\hat{M} = c_7$ zapravo najmanja gornja međa niza (c_n).

omeđenost

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant c_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.
- Očito je $2^{3n} > 0$ i $n! > 0$ za svaki $n \in \mathbb{N}$ pa je $c_n \geqslant 0$ za svaki $n \in \mathbb{N}$. Stoga je $m = 0$ jedna donja međa niza (c_n).
- Dokazali smo da niz (c_n) raste do osmog člana, a nakon toga počinje padati i još vrijedi $c_7 = c_8$.

$$c_7 = \frac{2^{3\cdot 7}}{7!} = \frac{2^{21}}{7!} = \frac{2^{21}}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7} = \frac{2^{21}}{2^4\cdot 3^2\cdot 5\cdot 7} = \frac{2^{17}}{315} = \frac{131072}{315}$$

- Stoga je $c_n \leqslant c_7$ za svaki $n \in \mathbb{N}$ pa je $\hat{M} = c_7$ zapravo najmanja gornja međa niza (c_n).
- Kako je $\lim\limits_{n\to+\infty} c_n = 0$

omeđenost

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant c_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.
- Očito je $2^{3n} > 0$ i $n! > 0$ za svaki $n \in \mathbb{N}$ pa je $c_n \geqslant 0$ za svaki $n \in \mathbb{N}$. Stoga je $m = 0$ jedna donja međa niza (c_n).
- Dokazali smo da niz (c_n) raste do osmog člana, a nakon toga počinje padati i još vrijedi $c_7 = c_8$.

$$c_7 = \frac{2^{3\cdot 7}}{7!} = \frac{2^{21}}{7!} = \frac{2^{21}}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7} = \frac{2^{21}}{2^4\cdot 3^2\cdot 5\cdot 7} = \frac{2^{17}}{315} = \frac{131072}{315}$$

- Stoga je $c_n \leqslant c_7$ za svaki $n \in \mathbb{N}$ pa je $\hat{M} = c_7$ zapravo najmanja gornja međa niza (c_n).
- Kako je $\lim\limits_{n\to+\infty} c_n = 0$ (faktorijel puno brže raste od eksponencijalne funkcije),

omeđenost

$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant c_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.
- Očito je $2^{3n} > 0$ i $n! > 0$ za svaki $n \in \mathbb{N}$ pa je $c_n \geqslant 0$ za svaki $n \in \mathbb{N}$. Stoga je $m = 0$ jedna donja međa niza (c_n).
- Dokazali smo da niz (c_n) raste do osmog člana, a nakon toga počinje padati i još vrijedi $c_7 = c_8$.

$$c_7 = \frac{2^{3\cdot 7}}{7!} = \frac{2^{21}}{7!} = \frac{2^{21}}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7} = \frac{2^{21}}{2^4\cdot 3^2\cdot 5\cdot 7} = \frac{2^{17}}{315} = \frac{131072}{315}$$

- Stoga je $c_n \leqslant c_7$ za svaki $n \in \mathbb{N}$ pa je $\hat{M} = c_7$ zapravo najmanja gornja međa niza (c_n).
- Kako je $\lim\limits_{n\to+\infty} c_n = 0$ (faktorijel puno brže raste od eksponencijalne funkcije), zaključujemo da je $\hat{m} = 0$ najveća donja međa niza (c_n).

omeđenost

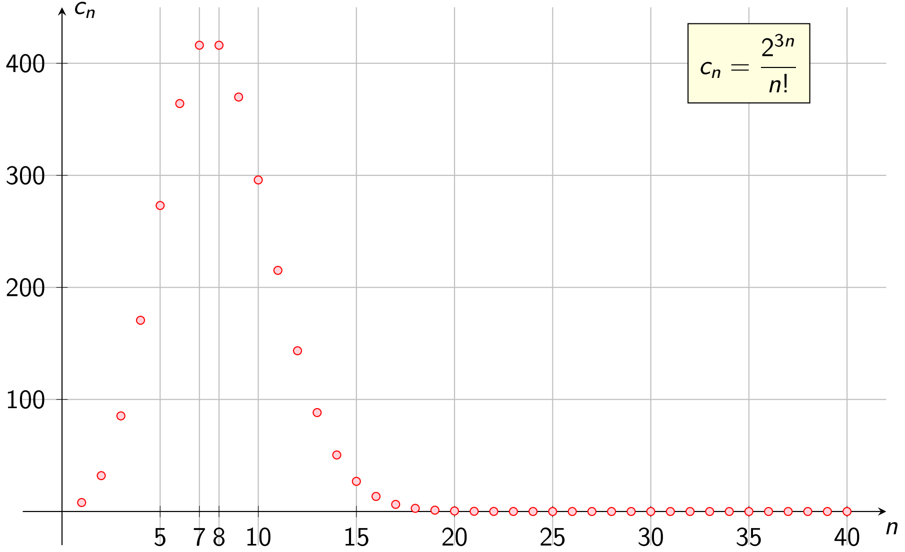
$$c_n = \frac{2^{3n}}{n!}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant c_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.
- Očito je $2^{3n} > 0$ i $n! > 0$ za svaki $n \in \mathbb{N}$ pa je $c_n \geqslant 0$ za svaki $n \in \mathbb{N}$. Stoga je $m = 0$ jedna donja međa niza (c_n).
- Dokazali smo da niz (c_n) raste do osmog člana, a nakon toga počinje padati i još vrijedi $c_7 = c_8$.

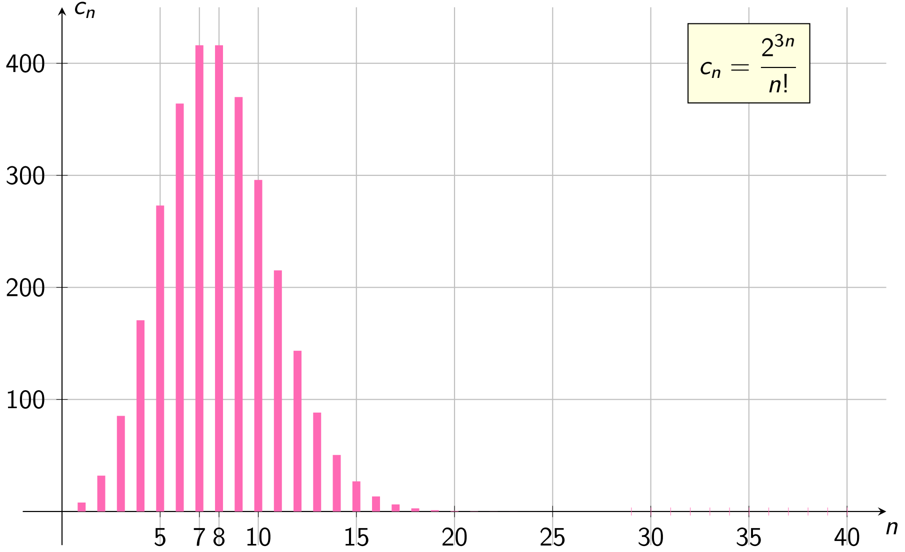
$$c_7 = \frac{2^{3\cdot 7}}{7!} = \frac{2^{21}}{7!} = \frac{2^{21}}{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7} = \frac{2^{21}}{2^4\cdot3^2\cdot5\cdot7} = \frac{2^{17}}{315} = \frac{131072}{315}$$

- Stoga je $c_n \leqslant c_7$ za svaki $n \in \mathbb{N}$ pa je $\hat{M} = c_7$ zapravo najmanja gornja međa niza (c_n).
- Kako je $\lim\limits_{n\to+\infty} c_n = 0$ (faktorijel puno brže raste od eksponencijalne funkcije), zaključujemo da je $\hat{m} = 0$ najveća donja međa niza (c_n).
- Dakle, niz (c_n) je omeđen jer je omeđen odozdo i odozgo.

Niz (c_n) – dijagram točkama



Niz (c_n) – uspravni stupci



- Generiranje prvih 70 članova niza (c_n) u `python` programskom jeziku. Članovi niza su ispisani preko mantise i eksponenta pri čemu je mantisa zaokružena na 5 decimala tako da je moguće vidjeti koliko su jako blizu nule članovi niza već za male n-ove.

```
import math
niz = [2**(3*n)/math.factorial(n) for n in range(1,71)]
list(map(lambda x: format(x,".5e"), niz))
```

```
['8.00000e+00', '3.20000e+01', '8.53333e+01', '1.70667e+02', '2.73067e+02', '3.64089e+02',
 '4.16102e+02', '4.16102e+02', '3.69868e+02', '2.95894e+02', '2.15196e+02', '1.43464e+02',
 '8.82855e+01', '5.04489e+01', '2.69061e+01', '1.34530e+01', '6.33084e+00', '2.81371e+00',
 '1.18472e+00', '4.73887e-01', '1.80529e-01', '6.56467e-02', '2.28336e-02', '7.61122e-03',
 '2.43559e-03', '7.49412e-04', '2.22048e-04', '6.34423e-05', '1.75013e-05', '4.66702e-06',
 '1.20439e-06', '3.01098e-07', '7.29934e-08', '1.71749e-08', '3.92570e-09', '8.72377e-10',
 '1.88622e-10', '3.97099e-11', '8.14563e-12', '1.62913e-12', '3.17878e-13', '6.05482e-14',
 '1.12648e-14', '2.04814e-15', '3.64114e-16', '6.33242e-17', '1.07786e-17', '1.79643e-18',
 '2.93295e-19', '4.69272e-20', '7.36113e-21', '1.13248e-21', '1.70941e-22', '2.53245e-23',
 '3.68357e-24', '5.26224e-25', '7.38560e-26', '1.01870e-26', '1.38129e-27', '1.84172e-28',
 '2.41537e-29', '3.11661e-30', '3.95760e-31', '4.94700e-32', '6.08862e-33', '7.38015e-34',
 '8.81211e-35', '1.03672e-35', '1.20199e-36', '1.37371e-37']
```

- Na primjer, zadnji element u listi je $c_{70} \approx 1.37371 \cdot 10^{-37}$.

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

d) $\boxed{\text{monotonost}}$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

d) monotonost

$d_1 =$

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

d) $\boxed{\text{monotonost}}$

$$d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{1+2}$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

d) monotonost

$$d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{1+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$$

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

d) $\boxed{\text{monotonost}}$

$$d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{1+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} \approx 1.585$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

d) monotonost

$$d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{1+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} \approx 1.585$$

$$d_2 =$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

d) monotonost

$$d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{1+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} \approx 1.585$$

$$d_2 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{2}{2+2}$$

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

d) $\boxed{\text{monotonost}}$

$$d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{1+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} \approx 1.585$$

$$d_2 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{2}{2+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2}$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

d) monotonost

$$d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{1+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} \approx 1.585$$

$$d_2 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{2}{2+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 1$$

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

d) monotonost

$$d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{1+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} \approx 1.585$$

$$d_2 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{2}{2+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 1$$

$$d_3 =$$

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

d) monotonost

$$d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{1+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} \approx 1.585$$

$$d_2 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{2}{2+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 1$$

$$d_3 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{3+2}$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

d) monotonost

$$d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{1+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} \approx 1.585$$

$$d_2 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{2}{2+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 1$$

$$d_3 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{3+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{5}$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

d) monotonost

$$d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{1+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} \approx 1.585$$

$$d_2 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{2}{2+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 1$$

$$d_3 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{3+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{5} \approx 0.737$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

d) $\boxed{\text{monotonost}}$

$$d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{1+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} \approx 1.585$$

$$d_2 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{2}{2+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 1$$

$$d_3 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{3+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{5} \approx 0.737$$

$$d_4 =$$

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

d) monotonost

$$d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{1+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} \approx 1.585 \qquad d_2 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{2}{2+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 1$$

$$d_3 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{3+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{5} \approx 0.737 \qquad d_4 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{4}{4+2}$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

d) monotonost

$$d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{1+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} \approx 1.585 \qquad d_2 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{2}{2+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 1$$

$$d_3 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{3+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{5} \approx 0.737 \qquad d_4 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{4}{4+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{2}{3}$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

d) monotonost

$$d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{1+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} \approx 1.585 \qquad d_2 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{2}{2+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 1$$

$$d_3 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{3+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{5} \approx 0.737 \qquad d_4 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{4}{4+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{2}{3} \approx 0.585$$

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

d) monotonost

$$d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{1+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} \approx 1.585 \qquad d_2 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{2}{2+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 1$$

$$d_3 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{3+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{5} \approx 0.737 \qquad d_4 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{4}{4+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{2}{3} \approx 0.585$$

- Uočavamo da vrijedi $d_1 > d_2 > d_3 > d_4$.

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

d) monotonost

$$d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{1+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} \approx 1.585 \qquad d_2 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{2}{2+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 1$$

$$d_3 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{3+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{5} \approx 0.737 \qquad d_4 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{4}{4+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{2}{3} \approx 0.585$$

- Uočavamo da vrijedi $d_1 > d_2 > d_3 > d_4$.
- Tvrdimo da je (d_n) strogo padajući niz, tj. da vrijedi

$$d_1 > d_2 > d_3 > d_4 > \cdots > d_{k-1} > d_k > d_{k+1} > \cdots .$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

d) monotonost

$$d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{1+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} \approx 1.585 \qquad d_2 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{2}{2+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 1$$

$$d_3 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{3+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{5} \approx 0.737 \qquad d_4 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{4}{4+2} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{2}{3} \approx 0.585$$

- Uočavamo da vrijedi $d_1 > d_2 > d_3 > d_4$.
- Tvrdimo da je (d_n) strogo padajući niz, tj. da vrijedi

$$d_1 > d_2 > d_3 > d_4 > \cdots > d_{k-1} > d_k > d_{k+1} > \cdots .$$

- Moramo dokazati (ili opovrgnuti) da je $d_n > d_{n+1}$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$d_n > d_{n+1}$$

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} >$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{}{}$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{}$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{(n+1)+2}$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{(n+1)+2} \iff$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{(n+1)+2} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{(n+1)+2} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} >$$

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{(n+1)+2} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{n+3}$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{(n+1)+2} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{n+3} \iff$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{(n+1)+2} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{n+3} \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x > \log_a y \;\Leftrightarrow\; x < y$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{(n+1)+2} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{n+3} \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x > \log_a y \Leftrightarrow x < y$$

$$\frac{n}{n+2}$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{(n+1)+2} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{n+3} \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x > \log_a y \iff x < y$$

$$\frac{n}{n+2} <$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{(n+1)+2} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{n+3} \iff$$

$$\frac{n}{n+2} < \frac{n+1}{n+3}$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x > \log_a y \ \Leftrightarrow\ x < y$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{(n+1)+2} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{n+3} \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x > \log_a y \;\Leftrightarrow\; x < y$$

$$\frac{n}{n+2} < \frac{n+1}{n+3} \quad \Big/ \cdot (n+2)(n+3)$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{(n+1)+2} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{n+3} \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x > \log_a y \Leftrightarrow x < y$$

$$\frac{n}{n+2} < \frac{n+1}{n+3} \Big/ \cdot \overbrace{(n+2)(n+3)}^{>0}$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{(n+1)+2} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{n+3} \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x > \log_a y \;\Leftrightarrow\; x < y$$

$$\frac{n}{n+2} < \frac{n+1}{n+3} \quad \Big/ \cdot \overbrace{(n+2)}^{>0}\overbrace{(n+3)}^{>0}$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{(n+1)+2} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{n+3} \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x > \log_a y \;\Leftrightarrow\; x < y$$

$$\frac{n}{n+2} < \frac{n+1}{n+3} \quad \Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(n+2)}^{>0}\overbrace{(n+3)}^{>0}}_{>0}$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{(n+1)+2} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{n+3} \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x > \log_a y \;\Leftrightarrow\; x < y$$

$$\frac{n}{n+2} < \frac{n+1}{n+3} \Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(n+2)}^{>0}\overbrace{(n+3)}^{>0}}_{>0}$$

$n \in \mathbb{N}$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{(n+1)+2} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{n+3} \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x > \log_a y \;\Leftrightarrow\; x < y$$

$$\frac{n}{n+2} < \frac{n+1}{n+3} \Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(n+2)}^{>0}\overbrace{(n+3)}^{>0}}_{>0} \iff$$

$n \in \mathbb{N}$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{(n+1)+2} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{n+3} \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x > \log_a y \;\Leftrightarrow\; x < y$$

$$\frac{n}{n+2} < \frac{n+1}{n+3} \Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(n+2)}^{>0}\overbrace{(n+3)}^{>0}}_{>0} \iff$$

$n \in \mathbb{N}$

$$n(n+3)$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{(n+1)+2} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{n+3} \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x > \log_a y \;\Leftrightarrow\; x < y$$

$$\frac{n}{n+2} < \frac{n+1}{n+3} \Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(n+2)}^{>0}\overbrace{(n+3)}^{>0}}_{>0} \iff$$

$n \in \mathbb{N}$

$$n(n+3) <$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{(n+1)+2} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{n+3} \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x > \log_a y \;\Leftrightarrow\; x < y$$

$$\frac{n}{n+2} < \frac{n+1}{n+3} \;\Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(n+2)}^{>0}\overbrace{(n+3)}^{>0}}_{>0} \iff$$

$n \in \mathbb{N}$

$$n(n+3) < (n+1)(n+2)$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{(n+1)+2} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{n+3} \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x > \log_a y \;\Leftrightarrow\; x < y$$

$$\frac{n}{n+2} < \frac{n+1}{n+3} \Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(n+2)}^{>0}\overbrace{(n+3)}^{>0}}_{>0} \iff$$

$$n \in \mathbb{N}$$

$$n(n+3) < (n+1)(n+2) \iff$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{(n+1)+2} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{n+3} \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x > \log_a y \iff x < y$$

$$\frac{n}{n+2} < \frac{n+1}{n+3} \Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(n+2)}^{>0}\overbrace{(n+3)}^{>0}}_{>0} \iff$$

$$n \in \mathbb{N}$$

$$n(n+3) < (n+1)(n+2) \iff$$

$$n^2$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{(n+1)+2} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{n+3} \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x > \log_a y \Leftrightarrow x < y$$

$$\frac{n}{n+2} < \frac{n+1}{n+3} \Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(n+2)}^{>0}\overbrace{(n+3)}^{>0}}_{>0} \iff$$

$$n \in \mathbb{N}$$

$$n(n+3) < (n+1)(n+2) \iff$$

$$n^2 + 3n$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{(n+1)+2} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{n+3} \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x > \log_a y \Leftrightarrow x < y$$

$$\frac{n}{n+2} < \frac{n+1}{n+3} \Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(n+2)}^{>0}\overbrace{(n+3)}^{>0}}_{>0} \iff$$

$n \in \mathbb{N}$

$$n(n+3) < (n+1)(n+2) \iff$$

$$n^2 + 3n <$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{(n+1)+2} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{n+3} \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x > \log_a y \Leftrightarrow x < y$$

$$\frac{n}{n+2} < \frac{n+1}{n+3} \Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(n+2)}^{>0}\overbrace{(n+3)}^{>0}}_{>0} \iff$$

$n \in \mathbb{N}$

$$n(n+3) < (n+1)(n+2) \iff$$

$$n^2 + 3n < n^2$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{(n+1)+2} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{n+3} \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x > \log_a y \;\Leftrightarrow\; x < y$$

$$\frac{n}{n+2} < \frac{n+1}{n+3} \;\Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(n+2)}^{>0}\overbrace{(n+3)}^{>0}}_{>0} \iff$$

$n \in \mathbb{N}$

$$n(n+3) < (n+1)(n+2) \iff$$

$$n^2 + 3n < n^2 + 2n$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{(n+1)+2} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{n+3} \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$\log_a x > \log_a y \Leftrightarrow x < y$

$$\frac{n}{n+2} < \frac{n+1}{n+3} \;\Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(n+2)}^{>0}\overbrace{(n+3)}^{>0}}_{>0} \iff$$

$n \in \mathbb{N}$

$$n(n+3) < (n+1)(n+2) \iff$$

$$n^2 + 3n < n^2 + 2n + n$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{(n+1)+2} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{n+3} \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x > \log_a y \iff x < y$$

$$\frac{n}{n+2} < \frac{n+1}{n+3} \quad \Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(n+2)}^{>0}\overbrace{(n+3)}^{>0}}_{>0} \iff$$

$$n \in \mathbb{N}$$

$$n(n+3) < (n+1)(n+2) \iff$$

$$n^2 + 3n < n^2 + 2n + n + 2$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{(n+1)+2} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{n+3} \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x > \log_a y \Leftrightarrow x < y$$

$$\frac{n}{n+2} < \frac{n+1}{n+3} \Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(n+2)}^{>0}\overbrace{(n+3)}^{>0}}_{>0} \iff$$

$n \in \mathbb{N}$

$$n(n+3) < (n+1)(n+2) \iff$$

$$n^2 + 3n < n^2 + 2n + n + 2 \iff$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{(n+1)+2} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{n+3} \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x > \log_a y \Leftrightarrow x < y$$

$$\frac{n}{n+2} < \frac{n+1}{n+3} \Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(n+2)}^{>0}\overbrace{(n+3)}^{>0}}_{>0} \iff$$

$$n \in \mathbb{N}$$

$$n(n+3) < (n+1)(n+2) \iff$$

$$n^2 + 3n < n^2 + 2n + n + 2 \iff$$

$$0 < 2$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{(n+1)+2} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{n+3} \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x > \log_a y \;\Leftrightarrow\; x < y$$

$$\frac{n}{n+2} < \frac{n+1}{n+3} \;\Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(n+2)}^{>0}\overbrace{(n+3)}^{>0}}_{>0} \iff$$

$n \in \mathbb{N}$

$$n(n+3) < (n+1)(n+2) \iff$$

$$n^2 + 3n < n^2 + 2n + n + 2 \iff$$

$$0 < 2$$

- Kako nejednakost $0 < 2$ vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$, zaključujemo da i početna pretpostavka $d_n > d_{n+1}$ vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

- Pretpostavimo da niz (d_n) strogo pada.

$$d_n > d_{n+1} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{(n+1)+2} \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{n+1}{n+3} \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x > \log_a y \Leftrightarrow x < y$$

$$\frac{n}{n+2} < \frac{n+1}{n+3} \quad \Big/ \cdot \underbrace{\overbrace{(n+2)}^{>0}\overbrace{(n+3)}^{>0}}_{>0} \iff$$

$n \in \mathbb{N}$

$$n(n+3) < (n+1)(n+2) \iff$$

$$n^2 + 3n < n^2 + 2n + n + 2 \iff$$

$$0 < 2$$

✏ Dakle, niz (d_n) zaista strogo pada.

- Kako nejednakost $0 < 2$ vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$, zaključujemo da i početna pretpostavka $d_n > d_{n+1}$ vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant d_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant d_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$d_n \geqslant 0$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant d_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

$$d_n \geqslant 0 \iff$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant d_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$d_n \geqslant 0 \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant d_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

$$d_n \geqslant 0 \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} \geqslant$$

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant d_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$\boxed{\log_a a^x = x}$$

$$d_n \geqslant 0 \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} \geqslant$$

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant d_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$\boxed{\log_a a^x = x}$$

$$d_n \geqslant 0 \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} \geqslant \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^0$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant d_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$\log_a a^x = x$$

$$d_n \geqslant 0 \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} \geqslant \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant d_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$\log_a a^x = x$$

$$d_n \geqslant 0 \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} \geqslant \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x \geqslant \log_a y \quad \Leftrightarrow \quad x \leqslant y$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant d_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$\log_a a^x = x$$

$$d_n \geqslant 0 \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} \geqslant \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x \geqslant \log_a y \;\Leftrightarrow\; x \leqslant y$$

$$\frac{n}{n+2}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant d_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

$$\boxed{\log_a a^x = x}$$

$$d_n \geqslant 0 \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} \geqslant \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x \geqslant \log_a y \;\Leftrightarrow\; x \leqslant y$$

$$\frac{n}{n+2} \leqslant$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant d_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$\log_a a^x = x$$

$$d_n \geqslant 0 \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} \geqslant \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x \geqslant \log_a y \;\Leftrightarrow\; x \leqslant y$$

$$\frac{n}{n+2} \leqslant \left(\frac{1}{2}\right)^0$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant d_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

$$d_n \geqslant 0 \iff$$

$$\boxed{\log_a a^x = x}$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} \geqslant \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x \geqslant \log_a y \;\Leftrightarrow\; x \leqslant y$$

$$\frac{n}{n+2} \leqslant \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant d_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$\log_a a^x = x$$

$$d_n \geqslant 0 \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} \geqslant \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x \geqslant \log_a y \;\Leftrightarrow\; x \leqslant y$$

$$\frac{n}{n+2} \leqslant \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

$$\frac{n}{n+2}$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant d_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$\log_a a^x = x$$

$$d_n \geqslant 0 \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} \geqslant \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x \geqslant \log_a y \ \Leftrightarrow\ x \leqslant y$$

$$\frac{n}{n+2} \leqslant \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

$$\frac{n}{n+2} \leqslant$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant d_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$\log_a a^x = x$$

$$d_n \geqslant 0 \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} \geqslant \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x \geqslant \log_a y \;\Leftrightarrow\; x \leqslant y$$

$$\frac{n}{n+2} \leqslant \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

$$\frac{n}{n+2} \leqslant 1$$

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant d_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$\boxed{\log_a a^x = x}$$

$$d_n \geqslant 0 \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} \geqslant \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x \geqslant \log_a y \;\Leftrightarrow\; x \leqslant y$$

$$\frac{n}{n+2} \leqslant \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

$$\frac{n}{n+2} \leqslant 1 \;\Big/ \cdot (n+2)$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant d_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$\log_a a^x = x$$

$$d_n \geqslant 0 \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} \geqslant \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x \geqslant \log_a y \;\Leftrightarrow\; x \leqslant y$$

$$\frac{n}{n+2} \leqslant \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

$$\frac{n}{n+2} \leqslant 1 \;\Big/ \cdot \overbrace{(n+2)}^{>0}$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant d_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$\log_a a^x = x$$

$$d_n \geqslant 0 \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} \geqslant \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x \geqslant \log_a y \;\Leftrightarrow\; x \leqslant y$$

$$\frac{n}{n+2} \leqslant \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

$$\frac{n}{n+2} \leqslant 1 \;\Big/ \cdot \underbrace{(n+2)}^{>0}$$

$n \in \mathbb{N}$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant d_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

$$\boxed{\log_a a^x = x}$$

$$d_n \geqslant 0 \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} \geqslant \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x \geqslant \log_a y \iff x \leqslant y$$

$$\frac{n}{n+2} \leqslant \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

$$\frac{n}{n+2} \leqslant 1 \Big/ \cdot \overbrace{(n+2)}^{>0} \iff \qquad n \in \mathbb{N}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant d_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

$$\boxed{\log_a a^x = x}$$

$$d_n \geqslant 0 \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} \geqslant \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x \geqslant \log_a y \;\Leftrightarrow\; x \leqslant y$$

$$\frac{n}{n+2} \leqslant \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

$$\frac{n}{n+2} \leqslant 1 \;\Big/ \cdot \underbrace{(n+2)}_{>0} \iff \qquad n \in \mathbb{N}$$

$$n$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant d_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$\log_a a^x = x$$

$$d_n \geqslant 0 \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} \geqslant \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x \geqslant \log_a y \;\Leftrightarrow\; x \leqslant y$$

$$\frac{n}{n+2} \leqslant \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

$$\frac{n}{n+2} \leqslant 1 \;\Big/ \cdot \overbrace{(n+2)}^{>0} \iff \qquad n \in \mathbb{N}$$

$$n \leqslant$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant d_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

$$\boxed{\log_a a^x = x}$$

$$d_n \geqslant 0 \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} \geqslant \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x \geqslant \log_a y \;\Leftrightarrow\; x \leqslant y$$

$$\frac{n}{n+2} \leqslant \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

$$\frac{n}{n+2} \leqslant 1 \;\Big/ \cdot \underbrace{(n+2)}_{>0} \iff \qquad n \in \mathbb{N}$$

$$n \leqslant n+2$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant d_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

$$\log_a a^x = x$$

$$d_n \geqslant 0 \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} \geqslant \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x \geqslant \log_a y \ \Leftrightarrow \ x \leqslant y$$

$$\frac{n}{n+2} \leqslant \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

$$\frac{n}{n+2} \leqslant 1 \ \Big/ \cdot \overbrace{(n+2)}^{>0 \ \to \ n \in \mathbb{N}} \iff$$

$$n \leqslant n+2 \iff$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant d_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

$$\log_a a^x = x$$

$$d_n \geqslant 0 \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} \geqslant \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x \geqslant \log_a y \;\Leftrightarrow\; x \leqslant y$$

$$\frac{n}{n+2} \leqslant \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

$$\frac{n}{n+2} \leqslant 1 \;\Big/ \cdot \overbrace{(n+2)}^{>0} \iff \qquad n \in \mathbb{N}$$

$$n \leqslant n+2 \iff$$

$$0 \leqslant 2$$

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant d_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

$$\log_a a^x = x$$

$$d_n \geqslant 0 \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} \geqslant \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x \geqslant \log_a y \;\Leftrightarrow\; x \leqslant y$$

$$\frac{n}{n+2} \leqslant \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

$$\frac{n}{n+2} \leqslant 1 \;\Big/ \cdot \underbrace{(n+2)}_{>0} \iff \qquad n \in \mathbb{N}$$

$$n \leqslant n+2 \iff$$

$$0 \leqslant 2$$

Nejednakost $0 \leqslant 2$ vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$. Stoga početna pretpostavka $d_n \geqslant 0$ vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$.

- Tražimo (ukoliko postoje) $m, M \in \mathbb{R}$ takvi da je $m \leqslant d_n \leqslant M$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

$$\boxed{\log_a a^x = x}$$

$$d_n \geqslant 0 \iff$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} \geqslant \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

Ako je $0 < a < 1$

$$\log_a x \geqslant \log_a y \iff x \leqslant y$$

$$\frac{n}{n+2} \leqslant \left(\frac{1}{2}\right)^0 \iff$$

$$\frac{n}{n+2} \leqslant 1 \quad / \cdot \overbrace{(n+2)}^{>0} \iff \qquad n \in \mathbb{N}$$

$$n \leqslant n+2 \iff$$

$$0 \leqslant 2$$

Nejednakost $0 \leqslant 2$ vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$. Stoga početna pretpostavka $d_n \geqslant 0$ vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$.

✏ Dakle, $m = 0$ je jedna donja međa niza (d_n).

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

- Kako niz (d_n) strogo pada, slijedi da je $\hat{M} = d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ najmanja gornja međa niza (d_n).

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

- Kako niz (d_n) strogo pada, slijedi da je $\hat{M} = d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ najmanja gornja međa niza (d_n).

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n+2} =$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Kako niz (d_n) strogo pada, slijedi da je $\hat{M} = d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ najmanja gornja međa niza (d_n).

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{\qquad}{\qquad}$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Kako niz (d_n) strogo pada, slijedi da je $\hat{M} = d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ najmanja gornja međa niza (d_n).

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{}{n+2}$$

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

- Kako niz (d_n) strogo pada, slijedi da je
  $\hat{M} = d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ najmanja gornja međa niza (d_n).

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(n+2)}{n+2}$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Kako niz (d_n) strogo pada, slijedi da je $\hat{M} = d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ najmanja gornja međa niza (d_n).

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(n+2)-2}{n+2}$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Kako niz (d_n) strogo pada, slijedi da je $\hat{M} = d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ najmanja gornja međa niza (d_n).

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(n+2)-2}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \left(\qquad\qquad \right)$$

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

- Kako niz (d_n) strogo pada, slijedi da je
  $\hat{M} = d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ najmanja gornja međa niza (d_n).

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(n+2)-2}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \left(1 \qquad\qquad \right)$$

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

- Kako niz (d_n) strogo pada, slijedi da je $\hat{M} = d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ najmanja gornja međa niza (d_n).

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(n+2)-2}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \left(1 - \qquad \right)$$

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

- Kako niz (d_n) strogo pada, slijedi da je $\hat{M} = d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ najmanja gornja međa niza (d_n).

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(n+2)-2}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \left(1 - \frac{2}{n+2}\right)$$

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

- Kako niz (d_n) strogo pada, slijedi da je $\hat{M} = d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ najmanja gornja međa niza (d_n).

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(n+2)-2}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \left(1 - \frac{2}{n+2}\right) =$$

$$=$$

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

- Kako niz (d_n) strogo pada, slijedi da je
  $\hat{M} = d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ najmanja gornja međa niza (d_n).

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(n+2)-2}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \left(1 - \frac{2}{n+2}\right) =$$

$$= 1$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Kako niz (d_n) strogo pada, slijedi da je $\hat{M} = d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ najmanja gornja međa niza (d_n).

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(n+2)-2}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \left(1 - \frac{2}{n+2}\right) =$$

$$= 1 -$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Kako niz (d_n) strogo pada, slijedi da je
  $\hat{M} = d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ najmanja gornja međa niza (d_n).

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(n+2)-2}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \left(1 - \frac{2}{n+2}\right) =$$

$$= 1 - \text{——}$$

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

- Kako niz (d_n) strogo pada, slijedi da je $\hat{M} = d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ najmanja gornja međa niza (d_n).

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(n+2)-2}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \left(1 - \frac{2}{n+2}\right) =$$

$$= 1 - \frac{2}{}$$

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

- Kako niz (d_n) strogo pada, slijedi da je
  $\hat{M} = d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ najmanja gornja međa niza (d_n).

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(n+2)-2}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \left(1 - \frac{2}{n+2}\right) =$$

$$= 1 - \frac{2}{+\infty}$$

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

- Kako niz (d_n) strogo pada, slijedi da je $\hat{M} = d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ najmanja gornja međa niza (d_n).

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(n+2)-2}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \left(1 - \frac{2}{n+2}\right) =$$

$$= 1 - \frac{2}{+\infty} = 1 - 0$$

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

- Kako niz (d_n) strogo pada, slijedi da je $\hat{M} = d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ najmanja gornja međa niza (d_n).

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(n+2)-2}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \left(1 - \frac{2}{n+2}\right) =$$

$$= 1 - \frac{2}{+\infty} = 1 - 0 = 1$$

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

- Kako niz (d_n) strogo pada, slijedi da je $\hat{M} = d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ najmanja gornja međa niza (d_n).

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(n+2)-2}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \left(1 - \frac{2}{n+2}\right) =$$

$$= 1 - \frac{2}{+\infty} = 1 - 0 = 1$$

$$\lim_{n\to+\infty} d_n =$$

$$d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}$$

- Kako niz (d_n) strogo pada, slijedi da je
  $\hat{M} = d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ najmanja gornja međa niza (d_n).

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(n+2)-2}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \left(1 - \frac{2}{n+2}\right) =$$

$$= 1 - \frac{2}{+\infty} = 1 - 0 = 1$$

$$\lim_{n\to+\infty} d_n = \lim_{n\to+\infty} \left(\qquad \right)$$

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

- Kako niz (d_n) strogo pada, slijedi da je $\hat{M} = d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ najmanja gornja međa niza (d_n).

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(n+2)-2}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \left(1 - \frac{2}{n+2}\right) =$$

$$= 1 - \frac{2}{+\infty} = 1 - 0 = 1$$

$$\lim_{n\to+\infty} d_n = \lim_{n\to+\infty} \left(\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} \right)$$

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

- Kako niz (d_n) strogo pada, slijedi da je $\hat{M} = d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ najmanja gornja međa niza (d_n).

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(n+2)-2}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \left(1 - \frac{2}{n+2}\right) =$$

$$= 1 - \frac{2}{+\infty} = 1 - 0 = 1$$

$$\lim_{n\to+\infty} d_n = \lim_{n\to+\infty} \left(\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}\right) =$$

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

- Kako niz (d_n) strogo pada, slijedi da je $\hat{M} = d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ najmanja gornja međa niza (d_n).

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(n+2)-2}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \left(1 - \frac{2}{n+2}\right) =$$

$$= 1 - \frac{2}{+\infty} = 1 - 0 = 1$$

$$\lim_{n\to+\infty} d_n = \lim_{n\to+\infty} \left(\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} \right) =$$

limes i neprekidna
funkcija komutiraju

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

- Kako niz (d_n) strogo pada, slijedi da je $\hat{M} = d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ najmanja gornja međa niza (d_n).

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(n+2)-2}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \left(1 - \frac{2}{n+2}\right) =$$

$$= 1 - \frac{2}{+\infty} = 1 - 0 = 1$$

$$\lim_{n\to+\infty} d_n = \lim_{n\to+\infty} \left(\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}\right) = \log_{\frac{1}{2}} \left(\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n+2}\right)$$

limes i neprekidna
funkcija komutiraju

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

- Kako niz (d_n) strogo pada, slijedi da je $\hat{M} = d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ najmanja gornja međa niza (d_n).

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(n+2)-2}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \left(1 - \frac{2}{n+2}\right) =$$

$$= 1 - \frac{2}{+\infty} = 1 - 0 = 1$$

$$\lim_{n\to+\infty} d_n = \lim_{n\to+\infty} \left(\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}\right) = \log_{\frac{1}{2}} \left(\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n+2}\right) = \log_{\frac{1}{2}} 1$$

limes i neprekidna
funkcija komutiraju

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

- Kako niz (d_n) strogo pada, slijedi da je $\hat{M} = d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ najmanja gornja međa niza (d_n).

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(n+2)-2}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \left(1 - \frac{2}{n+2}\right) =$$

$$= 1 - \frac{2}{+\infty} = 1 - 0 = 1$$

$$\lim_{n\to+\infty} d_n = \lim_{n\to+\infty} \left(\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}\right) = \log_{\frac{1}{2}} \left(\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n+2}\right) = \log_{\frac{1}{2}} 1 = 0$$

limes i neprekidna
funkcija komutiraju

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

- Kako niz (d_n) strogo pada, slijedi da je $\hat{M} = d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ najmanja gornja međa niza (d_n).

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(n+2)-2}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \left(1 - \frac{2}{n+2}\right) =$$

$$= 1 - \frac{2}{+\infty} = 1 - 0 = 1$$

$$\lim_{n\to+\infty} d_n = \lim_{n\to+\infty} \left(\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}\right) = \log_{\frac{1}{2}} \left(\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n+2}\right) = \log_{\frac{1}{2}} 1 = 0$$

limes i neprekidna
funkcija komutiraju

- Kako niz (d_n) strogo pada i $\lim\limits_{n\to+\infty} d_n = 0$, slijedi da je $\hat{m} = 0$ najveća donja međa niza (d_n).

$$\boxed{d_n = \log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2}}$$

- Kako niz (d_n) strogo pada, slijedi da je $\hat{M} = d_1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ najmanja gornja međa niza (d_n).

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{(n+2)-2}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \left(1 - \frac{2}{n+2}\right) =$$

$$= 1 - \frac{2}{+\infty} = 1 - 0 = 1$$

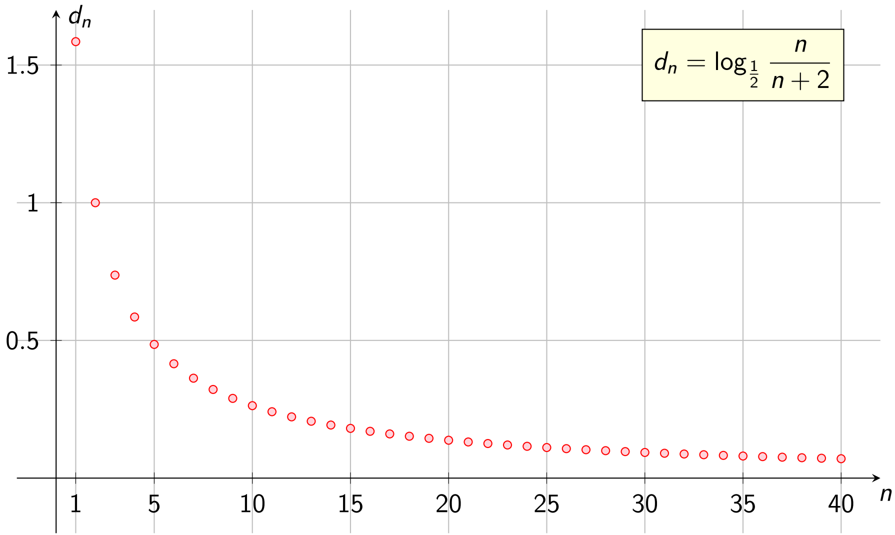
$$\lim_{n\to+\infty} d_n = \lim_{n\to+\infty} \left(\log_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+2} \right) = \log_{\frac{1}{2}} \left(\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n+2} \right) = \log_{\frac{1}{2}} 1 = 0$$

limes i neprekidna funkcija komutiraju

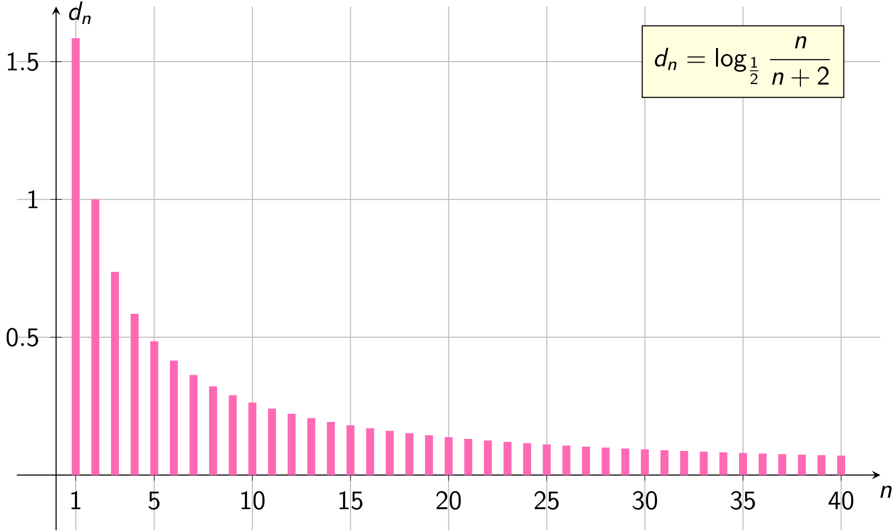
✏ Dakle, (d_n) je omeđeni niz.

- Kako niz (d_n) strogo pada i $\lim\limits_{n\to+\infty} d_n = 0$, slijedi da je $\hat{m} = 0$ najveća donja međa niza (d_n).

Niz (d_n) – dijagram točkama



Niz (d_n) – uspravni stupci



- Generiranje prvih 70 članova niza (d_n) u `python` programskom jeziku (članovi niza su zaokruženi na 5 decimala)

```python
import math
[round(math.log(n/(n+2),1/2),5) for n in range(1,71)]
```

```
[1.58496, 1.0,     0.73697, 0.58496, 0.48543, 0.41504, 0.36257,
 0.32193, 0.28951, 0.26303, 0.24101, 0.22239, 0.20645, 0.19265,
 0.18057, 0.16993, 0.16046, 0.152,   0.14439, 0.1375,  0.13124,
 0.12553, 0.12029, 0.11548, 0.11103, 0.10692, 0.10309, 0.09954,
 0.09622, 0.09311, 0.0902,  0.08746, 0.08489, 0.08246, 0.08017,
 0.078,   0.07595, 0.074,   0.07215, 0.07039, 0.06871, 0.06711,
 0.06559, 0.06413, 0.06274, 0.0614,  0.06012, 0.05889, 0.05772,
 0.05658, 0.0555,  0.05445, 0.05344, 0.05247, 0.05153, 0.05063,
 0.04975, 0.04891, 0.04809, 0.04731, 0.04654, 0.0458,  0.04509,
 0.04439, 0.04372, 0.04307, 0.04244, 0.04182, 0.04122, 0.04064]
```